

La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica  
para la enseñanza del teorema de Pitágoras

Jorge Alexander Buitrago Valencia

Universidad Tecnológica de Pereira  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Maestría en Educación  
Pereira, 2018

La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica  
para la enseñanza del teorema de Pitágoras

Línea:

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Jorge Alexander Buitrago Valencia

Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Educación

Dirigida por

Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias de la Educación

Pereira – Colombia

2018

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Firma del Presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Pereira, 2018

## **Dedicatoria**

A Dios que me guía en todo momento.

A mi esposa Lina María por su apoyo incondicional.

A mi hija Manuela mi razón de ser.

A mis hermanos Leonardo, Geovanny, Laura, Damaris, Martin y Mireya,

que comparten mis triunfos.

A mis compañeros de estudio,

que me acompañaron en todo este proceso de formación.

## **Agradecimientos**

A la Universidad Tecnológica de Pereira que, desde su infraestructura y talento humano, nos brindó el personal idóneo y calificado, quienes siempre estuvieron dispuestos a brindar apoyo y colaboración.

Al Ministerio de Educación Nacional (MEN) por haberme brindado la oportunidad de profundizar en mis conocimientos, a la Secretaría de Educación Municipal y la Institución Educativa María Dolorosa por permitir el espacio durante este proceso, en beneficio de los estudiantes y la comunidad académica.

A la asesora Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López, por su incondicional apoyo, a los profesores Dr. Héctor Gerardo Sánchez Bedoya y al Mg. Andrés Oswaldo Palechor Ocampo, y a nuestro maravilloso grupo del macroproyecto de matemáticas tercera cohorte, que se caracterizó por ser un grupo unido y trabajador, quienes con sus indicaciones, dedicación y esfuerzo hicieron posible llegar a feliz término esta investigación.

Al Dr. Francisco Escobar Delgado por sus enseñanzas y aportes que me brindaron herramientas y estrategias didácticas para la enseñanza de la matemática.

## Tabla de contenido

Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos .....	v
Tabla de contenido.....	vi
Índice de Tablas .....	ix
Índice de Imágenes .....	xi
Índice de Figuras.....	xiii
Resumen.....	xiv
Abstract .....	xv
Introducción .....	16
Capítulo I: Planteamiento del problema .....	18
1.1. Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas .....	19
1.2. Antecedentes .....	20
1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa María Dolorosa .....	22
1.3 Visión retrospectiva.....	25
1.4. Pregunta de investigación y objetivos.....	30
1.4.1. Objetivo general. ....	30
1.4.2. Objetivos específicos. ....	30
Capítulo II: Marco teórico .....	31

2.1. Fundamentación matemática y didáctica del teorema de Pitágoras .....	31
2.2. Práctica docente.....	35
2.2.1. <i>Secuencia didáctica</i> .....	36
2.2.2. <i>Competencia Científica</i> .....	36
2.2.3. <i>Interactividad</i> .....	37
2.3. Metodología de la indagación .....	37
2.4. Unidad didáctica.....	39
2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau .....	40
Capítulo III: Metodología .....	43
3.1. Tipo de investigación .....	43
3.2. Diseño de la investigación.....	43
3.3. Técnica e instrumentos de investigación.....	45
3.3.1. Observación. ....	45
3.3.2. Estudio de caso por auto observación.....	46
3.3.3. Instrumentos para recolección de datos. ....	47
3.3.4. Matriz para el análisis de la información según la metodología de la indagación práctica.....	49
3.4. Fases de la investigación. ....	50
Capítulo IV: Análisis de datos .....	51
4.1. Secuencia didáctica .....	51
4.1.1. Actividad medular. ....	52
4.1.2. Momentos de la clase flexible. ....	59

4.1.3. Orientación explícita de la actividad. ....	66
4.1.3. El docente como guía. ....	72
4.2. Competencia Científica .....	79
4.2.1. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. ....	79
4.2.2. Enseñanza de las competencias disciplinares. ....	86
4.3. Interactividad.....	93
4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes. ....	94
4.3.2. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.....	100
Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones .....	107
5.1 Conclusiones .....	107
5.2 Recomendaciones.....	109
Referencias Bibliográficas .....	112
Anexos .....	118
1.Anexo 1: Instrumento para la recolección de la información. ....	118
2.Anexo 2: Matriz para el análisis de la información según metodología de la indagación práctica.....	121
3.Anexo 3: Unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras. ....	122
4.Anexo 4: Diccionario.....	180



## Índice de Tablas

Tabla 1 Categorías y subcategorías de la práctica docente .....	48
Tabla 2 Fases y subcategorías de la indagación práctica .....	49
Tabla 3 Indices de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría actividad medular	53
Tabla 4 Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica .....	55
Tabla 5 Imagen y fragmento de transcripción de la visión retrospectiva .....	57
Tabla 6 Subcategoría: momentos de la clase flexible .....	60
Tabla 7 Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica .....	61
Tabla 8 Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva .....	64
Tabla 9 Subcategoría: orientación explícita de la actividad .....	66
Tabla 10 Imágenes y fragmento de transcripción sesión 1 durante la implementación de la unidad didáctica .....	68
Tabla 11 Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva .....	70
Tabla 12 Subcategoría el docente como guía .....	73
Tabla 13 Imágenes y fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica .....	75
Tabla 14 Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva .....	76
Tabla 15 Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría promoción de conocimientos, capacidades y actitudes .....	80
Tabla 16 Imágenes y fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica .....	82
Tabla 17 Imágenes y fragmento de transcripción de la visión retrospectiva .....	84

Tabla 18 Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría enseñanza de las competencias disciplinares .....	87
Tabla 19 Imágenes y fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica .....	89
Tabla 20 Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva.....	91
Tabla 21 Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.....	95
Tabla 22 Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica.....	97
Tabla 23 Imagen y fragmento de transcripción visión retrospectiva.....	99
Tabla 24 Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes .....	101
Tabla 25 Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica.....	102
Tabla 26 Imagen y fragmento de transcripción visión retrospectiva.....	103

## Índice de Imágenes

Imagen 1: Docente entregando láminas de trabajo .....	55
Imagen 2: Docente dando instrucciones .....	55
Imagen 3: Docente realizando preguntas de las imágenes.....	55
Imagen 4: Estudiantes buscando solución a la situación problema    Imagen 5: Estudiantes socializando la solución .....	56
Imagen 6: Estudiante solicitando orientación .....	57
Imagen 7: Docente explorando conocimientos previos .....	61
Imagen 8: Docente y estudiantes construyendo significados .....	61
Imagen 9: Docente realizando explicación mediante ejemplos.....	64
Imagen 10: Docente asignando actividad sin realizar monitoreo constante .....	64
Imagen 11: Estudiantes socializando resultados.....	68
Imagen 12: Estudiante socializando resultados .....	68
Imagen 13: Docente realizando orientación desde su escritorio.....	70
Imagen 14: Estudiantes realizando guía de trabajo individual .....	70
Imagen 15: Docente respondiendo a inquietudes de los estudiantes .....	75
Imagen 16: Docente interactuando en la construcción de significados .....	75
Imagen 17: Docente realizando transmisión de contenidos.....	76
Imagen 18: Estudiante reproduciendo ejemplo visto en clase .....	76
Imagen 19: Docente promoviendo la participación de los estudiantes.....	82
Imagen 20: Docente y estudiantes construyendo significados .....	82
Imagen 21: Estudiante participando en la construcción .....	82
Imagen 22: Docente realizando explicación del ejemplo .....	84

Imagen 23: Docente realizando transmisión de contenidos.....	84
Imagen 24: Docente realizando exploración de conocimientos previos.....	89
Imagen 25: Estudiante participando en la exploración de conocimientos previos .....	89
Imagen 26: Docente esperando a responder inquietudes de los estudiantes.....	91
Imagen 27: Docente respondiendo a inquietudes desde su escritorio.....	91
Imagen 28: Docente realizando negociación y construcción de significados.....	97
Imagen 29: Docente y estudiante interactuando para la construcción de significados.....	97
Imagen 30: Docente realizando transmisión de contenidos.....	99
Imagen 31: Estudiantes en su rol pasivo en el proceso.....	99
Imagen 32: Docente realizando andamiaje según requerimientos de los estudiantes .....	102
Imagen 33: Docente realizando acompañamiento individual en el tablero .....	103

## Índice de Figuras

Figura 1: Triángulo rectángulo .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Figura 2: Dos descomposiciones del área de un cuadrado de lado $a+b$ .....	33
Figura 3: Continuación demostración del teorema de Pitágoras. ....	33
Figura 4:Ejemplo de ejercicios para aplicar el teorema de Pitágoras .....	34
Figura 5: Diseño del campo de fútbol planteado en la sesión 3 de la unidad didáctica.....	62

## Resumen

Este trabajo presenta los resultados de una investigación cualitativa en la interpretación de la práctica de aula de un docente de matemáticas de básica secundaria y media de la ciudad de Pereira, al implementar una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación para la enseñanza del teorema de Pitágoras en un grupo de estudiantes de grado 10° de la Institución Educativa María Dolorosa.

La investigación buscó interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente, desde tres categorías: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad*; descritas y analizadas a partir de las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución, por medio del diseño e implementación de una unidad didáctica, planeada desde las situaciones didácticas de Brousseau. Para lo cual se propuso un estudio cualitativo de tipo descriptivo interpretativo en un caso único, utilizando la teoría fundamentada como estrategia para el análisis de la práctica docente.

Los resultados obtenidos mostraron la apropiación de la metodología de la indagación por parte del investigador al proponer situaciones problema donde relacionó los contenidos con contextos de la cotidianidad que permitieron involucrar al estudiante en su proceso de aprendizaje, presentando mayor fundamentación teórica y dominio didáctico para la enseñanza del teorema de Pitágoras, promoviendo así la construcción conjunta de significados, donde favoreció el trabajo colaborativo para el intercambio de información y opiniones que posibilitaron realizar el andamiaje pertinente y prestar un apoyo pedagógico permanente.

Palabras clave: enseñanza del teorema de Pitágoras, metodología de la indagación, práctica docente, unidad didáctica, situaciones didácticas.

## Abstract

This work presents the results of a qualitative investigation in the interpretation of the classroom practice of a mathematics teacher of basic secondary and average of Pereira's city, to implement a teaching unit founded by the methodology of the inquiry for the teaching of the Pythagorean theorem in an of 10th-grades of the María Dolorosa educational institution.

The research sought to interpret the appropriation of the methodology of inquiry in the teaching practice, from three categories: *didactic sequence*, *scientific competence* and *interactivity*, described and analyzed from the phases of the practical inquiry: triggering fact, exploration, integration and resolution, through the design and implementation of a didactic unit, planned since the didactic situations of Brousseau. For which a qualitative study of descriptive interpretative type in a unique case was proposed, using the grounded theory as a strategy for the analysis of the teaching practice.

The results showed the appropriation of the methodology of the inquiry by the researcher to propose situations problem where related content with contexts of everyday life it allowed to involve students in their learning process, introducing more theoretical foundation and didactic domain for the teaching of the Pythagorean theorem, promoting the joint construction of meanings, where favored the collaborative work for the exchange of information and opinions that allowed to make the appropriate scaffolding and provide a permanent pedagogical support.

Keywords: Teaching of the Pythagorean theorem, methodology of inquiry, teaching practice, didactic unit, didactic situations.

## Introducción

La presente investigación es un estudio cualitativo acerca de la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de un docente, al planear e implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras. Teniendo en cuenta que, la matemática contribuye en los estudiantes a la adquisición de saberes que le permiten construir modelos, entender y esquematizar la realidad.

El estudio de la matemática tiende a ser rechazado por los estudiantes, por diversas razones, entre las que se destacan la falta de motivación e interés hacia el estudio, la forma de enseñar de los profesores y el uso de materiales didácticos apropiados, hacen que el desarrollo de las clases se convierta en un problema. Lo cual ha generado que el docente reflexione acerca de su práctica para transformar o mejorar la forma en que los estudiantes se acercan a este conocimiento.

Desde esta reflexión y teniendo presente el problema en la enseñanza de la matemática en la Institución Educativa María Dolorosa, el docente apropió la metodología de la indagación para el diseño e implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras. Para lo cual se registró en vídeo el desarrollo de tres sesiones de clase que conformaron la unidad didáctica, con este insumo se sistematizaron los hallazgos, se transcribieron y se codificaron selectivamente mediante el software Atlas.ti, utilizando los instrumentos elaborados para tal fin. Posteriormente, se procedió al análisis y triangulación de los datos, que permitieron observar que a partir de la apropiación de la metodología de la indagación por parte del docente al desarrollar las sesiones de clase según las situaciones didácticas de Brousseau, favorecieron positivamente las actividades implementadas en el aula, dado que el docente relacionó los contenidos con la vida cotidiana y presentó mejor interacción docente-estudiantes mostrando fortalecimiento de sus competencias disciplinares que favorecieron la construcción conjunta de significados.



La presente investigación conformada por cinco capítulos, es un aporte al macroproyecto “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática” de la Universidad Tecnológica de Pereira, y fue realizada en marco del programa “Becas para la excelencia docente”, otorgadas por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano. Razón de lo anterior, lo correspondiente a los capítulos uno, dos y tres, comparten su fundamentación con los proyectos realizados por los integrantes del macroproyecto.

En el capítulo uno, planteamiento del problema, se presenta la problemática que enfrenta la práctica docente en la enseñanza de la matemática en el ámbito internacional y nacional, la pregunta y los objetivos que orientaron este trabajo de investigación. El capítulo dos, presenta el marco teórico, la fundamentación matemática y didáctica del teorema de Pitágoras, las categorías de la práctica docente, la metodología de la indagación por medio de las fases de la indagación práctica, la unidad didáctica y las situaciones didácticas de Brousseau. El capítulo tres, metodología, allí se describe el tipo de la investigación, cualitativo de corte descriptivo interpretativo, así como el diseño, las técnicas e instrumentos de recolección de información y las fases que la conformaron. En el capítulo cuatro, análisis y resultados, contiene la interpretación de los datos, que muestran la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente. En el capítulo cinco, se presentan las conclusiones de la investigación y las recomendaciones. Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas que dieron sustento teórico a esta investigación, y los anexos.

## Capítulo I: Planteamiento del problema

La era de la globalización exige de profesionales críticos, creativos, con altos valores éticos, culturales y sociales. En este sentido la educación cumple un papel determinante en la formación integral de las nuevas generaciones.

Es así que, en la formación de los nuevos líderes la sociedad delega la responsabilidad a la escuela de preparar las personas para que aprendan a vivir y a convivir. Al respecto Perkins (2010), menciona que demasiadas personas lamentan los 12 años de estudio en la escuela, al sentir que ésta le sirvió muy poco para desenvolverse en la vida. Para el caso de la matemática, el resolver situaciones aplicando fórmulas, de poco ha servido para tomar decisiones en contextos reales. Se ha considerado que la enseñanza de la matemática está enmarcada en “la transmisión de conocimientos, bajo modelos algorítmicos” (Kilpatrick, *et al.*, 1998, p.23), repetitivos y centrados en el docente, otorgándole al estudiante un papel pasivo en su aprendizaje.

Estas son algunas de las razones por las cuales, la práctica docente, como acto científico, ha generado un reto para la investigación educativa, consistente en repensar y transformar las prácticas en las cuales el estudiante sea el centro de formación y por lo tanto demanda de estrategias, donde su rol sea más representativo en el proceso de aprendizaje, para ello se requiere de investigaciones en las cuales se estudie lo que sucede en el aula desde el actuar docente como objeto de estudio, aunque durante varias décadas, la gran mayoría de los estudios se centraron más en el aprendizaje que en la enseñanza, tal como lo manifiesta Céspedes y Gonzáles (2012) “Las formas de enseñanza y aprendizaje exigen cambios en nuestra práctica

docente y su reflexión constante, que ayude a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje” (p.15).

### **1.1. Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas**

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2011) afirma que “las evaluaciones realizadas a maestros, muestran falencias tanto en el conocimiento disciplinar como en el conocimiento didáctico” (p. 3) inherente a la propia disciplina que orientan en las aulas, lo cual puede explicar parte de las dificultades que tienen los estudiantes, según los bajos desempeños académicos mostrados en pruebas nacionales e internacionales; al respecto, Rico (2007) expresa que “los docentes no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes..., a partir de las cuales realizar una buena planificación” (p.53).

De igual manera, Sanmartí (2005) manifiesta que,

la presión temporal de “acabar el programa”, que a los profesores suelen imponerles, lleva a que la actuación en el aula sea generalmente el resultado más de la concreción de intuiciones y de rutinas adquiridas a través de la experiencia, y no de conocimientos teóricos y prácticos aplicados conscientemente en la planificación, resultando en una práctica docente con elementos de improvisación, desorganización y desconocimiento de estrategias metodológicas. (p. 14)

En marco de estas realidades, la comunidad de docentes que enseñan matemática, requieren propuestas derivadas de procesos reflexivos sobre las prácticas que circulan en las aulas de clase para la enseñanza y aprendizaje de un saber específico (objeto matemático). De allí la importancia de destacar investigaciones que han abordado problemáticas relacionadas con la práctica de docentes que enseñan matemática.

## 1.2. Antecedentes

En este contexto de búsqueda se encontró la investigación: “La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?”, de la Universidad de los Andes de Bogotá, realizada por Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández (2003), donde se muestra la práctica docente enfocada en aspectos particulares, dada la dificultad de observarla en su totalidad. Es una investigación cualitativa de orientación interpretativa, realizada con docentes de matemática en instituciones de básica secundaria en la ciudad de Bogotá, y su intención fue describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemática.

Entre sus conclusiones se refleja que a pesar de la tecnología y la sistematicidad, la práctica de algunos profesores que posibilita verlas como innovadoras, es aún incipiente, dado que por parte de algunos no hay un proceso reflexivo serio que lleve a cambios significativos o a soluciones reales; al contrario se han implementado estrategias intuitivas del profesor que parecen adecuadas desde la concepción no profundizada ni analizada, añadiendo su forma usual de proceder, a partir de su visión preconcebida de la matemática por la comodidad y control que esto representa para él.

Es así como la transformación en la manera de enseñar debe realizarse desde la reflexión consciente con observaciones minuciosas de lo que pasa en la clase, por esto sugieren auto monitorear la práctica docente (Andrade *et al.*, 2003).

En este sentido, la investigación sobre la práctica de los maestros, realizada por González-Weil, Martínez, Galax, Cuevas y Muñoz (2009) bajo la metodología de la teoría fundamentada (Grounded Theory), estudio de corte cualitativo, realizado con maestros de educación secundaria de poblaciones vulneradas; permitió poner en reflexión la educación científica como camino hacia el mejoramiento de la calidad y equidad del aprendizaje científico en educación secundaria,

posibilitando nuevas líneas de investigación que dan orientaciones sobre cómo guiar la formación del docente, ya que concluye que su rol es fundamental para lograr una transformación hacia una enseñanza con calidad, buscando estrategias innovadoras que permitan transformar los aprendizajes y la formación de formadores.

De igual manera se encontró el estudio realizado por Gómez (2007), tesis doctoral en la cual se plantearon cuatro preguntas que direccionaron la investigación: ¿qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?, ¿cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúe eficaz y eficientemente?, ¿cómo se deben diseñar e implementar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?, ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial? La tesis se enmarcó en explorar, describir, caracterizar y explicar el desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores que participaron en la asignatura “didáctica de la matemática de bachillerato en la Universidad de Granada”.

La investigación contribuyó en la conceptualización de los principales elementos en los que se fundamenta el diseño de la asignatura, al igual que a la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores de matemática. Así mismo, se identificaron estadios del desarrollo y variables del conocimiento didáctico a partir de los cuales se caracterizó la evolución del progreso de los diferentes grupos de docentes que participaron en la investigación.

Lo anterior reafirmado por Guzmán (2007), quien dice que siempre hay que recordar que los estudiantes aprenden matemática por medio de las experiencias que les proporcionan los

profesores. Por tanto, la comprensión de la matemática por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, su confianza y buena disposición hacia esta área, están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela. De allí que los argumentos que sustentan el porqué de la importancia de la enseñanza de la matemática han sido cuestionados y transformados. Al respecto, el MEN (2006) ha considerado tres factores prioritarios, los cuales anteriormente no habían sido estimados como importantes: “la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos” (p. 47). En complemento a lo anterior, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), se considera el área de matemáticas como “una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual” (MEN, p. 1).

En este sentido y dentro del marco normativo nacional, es importante asumir que la formación de educadores en Colombia tiene como fin fortalecer la calidad científica, ética, pedagógica y didáctica, como parte fundamental de su saber (MEN, 1994); por lo tanto, la práctica del docente, debe hacer evidente en las acciones que realiza al interior de las instituciones educativas, una didáctica de la matemática en la cual se vislumbre un pensamiento reflexivo, crítico y transformador en el estudiante.

### **1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa María Dolorosa**

La problemática anteriormente enunciada, se hace evidente a partir de los bajos desempeños en las pruebas presentadas por los estudiantes a nivel internacional PISA (evalúa cada tres años

las competencias de estudiantes de quince años en lectura, matemáticas y ciencia); en las cuales para el año 2012, Colombia ocupó el penúltimo lugar entre los 65 países participantes, mostrando que aproximadamente dos de cada diez estudiantes del país, pueden hacer interpretaciones literales sobre los resultados de un problema matemático, aplicar fórmulas y resolver problemas (MEN, 2013). Conclusión similar arrojó la prueba SABER (ICFES, 2017) aplicada en Colombia para medir calidad de la educación, las cuales se aplican una vez cada año y tiene como fin medir las instituciones y sus estudiantes ubicándolos en los niveles de insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado.

La escala de valores que utiliza la prueba SABER para los grados 3°, 5° y 9° va de 100 a 500, siendo 500 el puntaje más alto posible, y para las pruebas saber 11° la escala de valores para cada área evaluada va de 1 a 100, siendo 100 el puntaje más alto posible. Es así que el progreso en grado 11°, no se mide por los cuatro niveles de desempeño de las pruebas saber 3°, 5° y 9° (insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado), en este caso los estudiantes son distribuidos en cinco grupos según el puesto en el que hayan quedado ubicados. Estos grupos se llaman quintiles, siendo el quintil 5 (Q5) el que ubica a los mejores estudiantes (aquellos que se encuentran entre los puestos 1 a 200, según su puntaje global obtenido) y el quintil 1 (Q1) ubica aquellos que se encuentran en los puestos que van desde el 801 al 1000. Por tal razón se espera cada año reducir el porcentaje de estudiantes del quintil 1.

Teniendo en cuenta la descripción anterior y el análisis de los resultados de las pruebas SABER generados por el ICFES (2017) en comparación con los resultados generados por el MEN en el ISCE 2016 (Índice Sintético de la Calidad Educativa), los puntajes promedio obtenidos por los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa María Dolorosa de la ciudad de Pereira en el área de matemáticas en el año 2016 fue de 58,24 y el puntaje promedio

obtenido en el año 2017 fue de 59,84, de igual forma, los resultados también mostraron que en el quintil 1 (Q1) en el año 2016, el porcentaje de estudiantes en este nivel fue del 8% y en el año 2017 en el Q(1) se ubicó el 15% de los estudiantes. Lo que permite inferir que, a pesar de mostrar un pequeño aumento en el promedio del área de matemática, también presenta un aumento de estudiantes con resultados bajos con respecto a los quintiles según el ISCE. (El cual mide el progreso de las instituciones por los resultados de la prueba SABER y la disminución del porcentaje de estudiantes del quintil 1 (Q1))

Sumado a esto en todos los niveles de la institución se realizó la articulación de geometría, estadística y matemática como una sola asignatura en el plan de estudios, dando poca intensidad al componente geométrico, siendo este último relevante en las pruebas SABER. Además, teniendo en cuenta que los docentes de matemática “suelen enfatizar en los contenidos aritméticos y algebraicos, descuidando el estudio de la Geometría; situación que no les permite a los estudiantes percatarse de la relación existente entre los contenidos geométricos con el mundo que nos rodea” (Osorio, *et al.*, 2013, p. 2); conllevan a que el estudiante presente dificultad para aplicar “estrategias de solución de un problema en un contexto geométrico-espacial” (MEN, 2016, p.44).

Consecuente con lo anterior, la Institución Educativa María Dolorosa no es ajena a esta problemática, ya que se observa dentro de las aulas estrategias de enseñanza tradicionales de la matemática dedicadas a la transmisión de contenidos que posiblemente no favorecen el desarrollo del pensamiento matemático, y para efectos de esta investigación, se ha tomado la enseñanza del teorema de Pitágoras debido a la importancia de su aplicación en contextos de la vida cotidiana y su relevancia como saber previo para otros conceptos abordados tanto en la trigonometría, como el cálculo y la física, de igual manera se ha identificado el poco de interés



hacia el aprendizaje de lo que esto implica, debido a la ausencia de recursos didácticos adecuados, que hagan de este tema un aprendizaje más atractivo, generando rechazo en los estudiantes hacia la matemática (Osorio, *et. al.*, 2013).

Además, desde los lineamientos curriculares de la educación básica y media del Ministerio de Educación Nacional (MEN), se plantea el teorema de Pitágoras como un concepto esencial en la enseñanza de la educación, ya que el conocimiento de dicho teorema es necesario para la enseñanza posterior de otros conceptos, tanto matemáticos y físicos, como lo son las razones trigonométricas, los teoremas del seno y el coseno y la suma de vectores, entre otros conceptos.

Es así como, para la presente investigación se propone el diseño e implementación de una unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras en grado 10°, fundamentada en la metodología de la indagación, que permita llevar este concepto al aula de una manera más contextualizada, participativa por parte de los estudiantes, y con estrategias que contribuyan a desarrollar ciertas habilidades geométricas relacionadas con el estudio de dicho teorema.

De otro lado, cabe señalar que, aunque los resultados de las pruebas evalúan el aprendizaje de los estudiantes, los mismos tienen estrecha relación con la enseñanza, la cual ha sido impartida entre otros por el autor de esta investigación, de manera tradicional, lo que llevó a caracterizar su práctica de aula en lo que se ha denominado visión retrospectiva de la práctica docente.

### **1.3 Visión retrospectiva**

La cual fue realizada antes de la formación post gradual, mediante el registro video gráfico de tres sesiones de clase que posteriormente fueron transcritas y analizadas a partir de la codificación abierta desde la teoría fundamentada (Hernández, Fernández y Baptista, 2010),

entendida como la reflexión y análisis que el autor realizó sobre su propia praxis, que le permitiera describir su quehacer docente antes de iniciar una formación post gradual, para ser utilizada como punto de partida, para la caracterización de su práctica de enseñanza en el aula, además, permitió identificar categorías recurrentes de su quehacer al momento de enseñar un objeto matemático, que aporta información que servirá como insumo de los antecedentes a esta investigación. Las categorías y subcategorías emergentes “se basan en los datos recolectados. Las categorías tienen propiedades representadas por subcategorías, las cuales son codificadas” (Hernández, *et al.*, 2010, p.494). Dichas categorías y subcategorías que emergieron del quehacer del docente en el aula y que fueron analizadas, permitieron caracterizar su práctica antes de su formación post gradual.

La caracterización de la praxis del investigador, realizada mediante la codificación abierta, en la cual “el investigador revisa todos los segmentos del material para analizar y generar —por comparación constante— categorías iniciales de significados” (Hernández, *et al.*, 2010, p. 494), a través de la observación, transcripción y análisis de los videos, se tuvo presente como un antecedente de la investigación. Para esto, cada categoría se codificó y registró con un color que posteriormente se agruparon de acuerdo a sus niveles de recurrencia y relevancia en los registros, de las cuales emergieron las siguientes categorías con sus respectivas subcategorías:

- *Preguntas que indagan conocimiento y promueven la participación:* Se refiere a aquellas manifestaciones en la cual el docente orienta, indaga o promueve la participación de los estudiantes, teniendo en cuenta las siguientes subcategorías: *Pregunta orientadora* como aquella en la cual el docente conlleva al estudiante a realizar procedimientos correctos, *pregunta indagatoria* que realiza el docente para indagar en los estudiantes los saberes

previos o conocimientos adquiridos en la clase, y *pregunta de participación*, que consiste en estimular a los estudiantes a la participación en clase de su propio aprendizaje.

- *Recursos didácticos*: Que aluden aquellos mediadores o materiales que el docente utiliza para la realización de su clase teniendo en cuenta las siguientes subcategorías: *Recurso Visual*, entendido como aquellas representaciones gráficas, texto e imágenes que el docente empleara en el aula para el proceso de enseñanza y aprendizaje, *material concreto*, que hace referencia a aquellos mediadores que el docente utilizara de manera concreta y tangible en los estudiantes para la apropiación de los nuevos saberes.
- *Autorespuesta*: Son aquellas respuestas que automáticamente el docente da a preguntas sin permitir la participación de los estudiantes, teniendo en cuenta las subcategorías: *Cognitiva y procedimental*, referentes a aquellas respuestas que el docente dé acerca de los resultados obtenidos sobre las operaciones realizadas o los procedimientos a seguir para la solución de un ejercicio.
- *Interacción docente-estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje*: Relación en la cual el docente y el estudiante comparten conocimientos o actitudes mediante las siguientes subcategorías: *De saberes*, que aluden a la interacción en la cual el docente y el estudiante comparten saberes y procedimientos a realizar en las actividades propuestas, *de Actitudes*, como la interacción docente y estudiante frente a actitudes diferentes a la transmisión de conocimientos.

A partir de la categorización y previo registro de los sucesos recurrentes, de la primera y tercera categoría se infiere que el docente indaga, orienta y promueve la participación de los estudiantes mediante el uso de preguntas en el aula. Pero comete el error de auto responderse él mismo, casi de manera inmediata, sin permitir diálogo entre los estudiantes, como se observa en

el siguiente fragmento de transcripción, donde el docente realiza la transposición didáctica del tema de resolución de triángulos no rectángulos.

P: “¿Este sería un triángulo qué?” (se observa que un estudiante responde)

E: “acutángulo” (pero al mismo tiempo el docente lo interrumpe y responde) “acutángulo, quiere decir que sus tres ángulos internos, son ángulos agudos. Quiere decir que miden menos de 90 grados” (Buitrago, 2016, p.4).

De la transcripción anterior, se puede inferir que el docente no facilita el tiempo y la orientación adecuada, para que sea el estudiante quien de la respuesta esperada.

Esta situación en la que pregunta y se auto responde sucede 41 veces de 116 preguntas que se registran en tres sesiones de clase diferentes (Buitrago, 2016, p.65).

La segunda categoría, la cual hace referencia a los recursos que el docente utilizara como herramientas que sirvan de mediadores entre el estudiante y los conocimientos para su proceso de aprendizaje, no se logra evidenciar en las tres sesiones de clase como una categoría relevante, como debería suceder en el aula, ya que se evidencia que el docente generalmente se encuentra ubicado al frente de los estudiantes, así mismo, la subcategoría de material concreto se reduce a una guía de trabajo que les entrega a los estudiantes para la realización de ejercicios.

La última categoría emergente que se refiere a la interacción docente y estudiante, mediante las subcategorías de saberes y de actitudes, solo es evidente en el momento en que el estudiante se acerca al docente para validar un procedimiento o un resultado obtenido al solucionar un ejercicio propuesto en la clase o en la guía de trabajo, como se puede observar en el minuto 36:50 de la sesión 2 cuando: “Una estudiante se acerca a solicitar orientación en la solución de un ejercicio” y dialoga con el docente solicitando orientación “Me colabora (Mostrando al docente el ejercicio en su cuaderno)” a lo que el docente responde “Acá no puede trabajar con

estos dos todavía, no se puede solucionar porque tiene dos valores desconocidos. Tienes que trabajar estos dos primero” (Buitrago, 2016, p.39).

Este tipo de interacción entre el docente, el estudiante y los contenidos, presenta 289 registros en las tres sesiones (Buitrago, 2016, p.65), haciendo que esta categoría sea la más nutrida en la observación.

Estos hallazgos agrupados a través de las categorías, permitieron caracterizar la práctica del docente al inicio de su formación post gradual, interpretándose que no plantea a sus estudiantes situaciones problemas que le permitan la interacción, diálogo y comunicación con sus pares, además que aunque la categoría de preguntas presenta un porcentaje alto de registros (Buitrago, 2016, p.65), no evidencia una intención clara de interacción e indagación en los estudiantes, porque el mismo docente se auto responde sin facilitar a los estudiantes el tiempo y los mediadores necesarios para su respuesta.

De igual forma la categoría de la interactividad registra ser la más recurrente, pero, se evidencia que, durante estas pequeñas intervenciones en el proceso, la orientación la realiza de manera dirigida, es decir, que conduce al estudiante a la respuesta sin indagar más sobre la problemática, sin orientarlo de manera adecuada a que sea él quien realmente determine la respuesta correcta.

De lo anterior se puede inferir, que el docente investigador orienta de manera dirigida su práctica apoyado en un 40% de preguntas en la interacción docente y estudiante, sin permitir un pensamiento matemático crítico y analítico en el aula.

#### 1.4. Pregunta de investigación y objetivos

Es por esto que, a partir de las situaciones expuestas, de las inquietudes planteadas y desde los antecedentes consultados; surge la importancia de proponer investigaciones encaminadas a la intervención y reflexión de las prácticas docentes, y en este sentido se propone la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°?

##### 1.4.1. Objetivo general.

Interpretar como contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°.

##### 1.4.2. Objetivos específicos.

- Interpretar como contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, desde la *secuencia didáctica*, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°.
- Interpretar como contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, desde su *competencia científica*, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°.
- Interpretar como contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, desde la *interactividad*, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°.

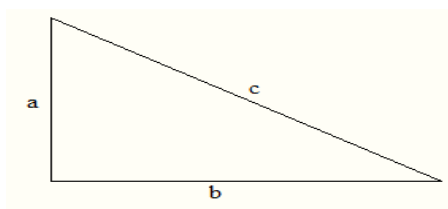
## Capítulo II: Marco teórico

En este capítulo se presentan los referentes que se tuvieron en cuenta en el diseño de la unidad didáctica, y las coordenadas teóricas utilizadas para interpretar como contribuyó la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente.

### 2.1. Fundamentación matemática y didáctica del teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras lleva su nombre en atribución al filósofo y matemático Pitágoras, que existió en el siglo VI a.C, pero la historia ha demostrado que dicho teorema era utilizado en civilizaciones que existieron mucho antes del nacimiento de Pitágoras, como lo reseña González (2008) cuando escribe que “los antiguos babilonios conocían aspectos del teorema, más de mil años antes que el propio Pitágoras” (p.104). Pero es el propio Pitágoras en sus años en Crotona (sur de Italia) hacia el año 529 a.C, donde se instaló después de sus viajes por Egipto, Babilonia, Persia y la India, donde recogió la mayoría de sus aportes que lo llevaron a ser el primero en realizar una demostración formal y escribir la expresión matemática relacionada al teorema en los triángulos rectángulos, que actualmente se conocen y que inicialmente trataba para números naturales, pero que hoy en día ha sido generalizado para los números reales.

En consecuencia, es a Pitágoras a quien la historia le atribuye el teorema que lleva como expresión matemática  $a^2 + b^2 = c^2$ , para un triángulo rectángulo, donde “a” y “b” representan catetos y “c” su hipotenusa.



*Figura 1: Triangulo rectángulo*

Pero la historia y la arqueología se ha encargado de demostrar que “como Pitágoras no dejó nada escrito, no tenemos constancia de las pruebas que realizó para comprobar su teorema” (Strathern, 1999, p.34). Su postulado se dio a conocer por primera vez por Euclides en su obra los Elementos, donde define el teorema de Pitágoras así: "En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es equivalente a la suma de los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto" (González, 2008, p.114). Definición que en la actualidad se conserva con algunas modificaciones, relacionadas a cuadrados y áreas, como lo señala Godino (2004) cuando presenta los siguientes enunciados:

- “Dado un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos” (p.320). Y en términos de áreas:
- “La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa” (p.320).

Para esta investigación, en primera instancia se tendrá en cuenta el enunciado del teorema de Pitágoras en términos de áreas. Dado que, desde la didáctica de la matemática se ha recurrido a diferentes estrategias de enseñanza que acerquen al estudiante a la comprensión del concepto y que posteriormente pueda ser llevado a diferentes aplicaciones en la cotidianidad. Entre las cuales se encuentra la planteada por Perry (2000) “una propuesta para abordar el teorema de Pitágoras en clase”, en la cual propone iniciar con una demostración mediante una representación gráfica que ayude a comprender la relación que existe entre el enunciado y su expresión algebraica. La propuesta consiste en presentar a los estudiantes la Figura 2, la cual muestra dos cuadrados de igual longitud, donde ellos deben descomponerlas según como están demarcadas en el gráfico, y en grupo dar respuesta a preguntas como: “¿Qué relación hay entre las dos



figuras?” Así mismo teniendo en cuenta cada descomposición de cada región, dar respuesta a la pregunta “¿ven que se cumplan igualdades entre áreas de las dos figuras?” esperando que los estudiantes concluyan que son cuadrados que presentan la misma área, igualmente, dar respuesta a la pregunta “¿Qué igualdades?”, esperando nuevamente que los estudiantes se acerquen de manera intuitiva a la demostración del teorema de Pitágoras. (Perry, 2000, p.162).

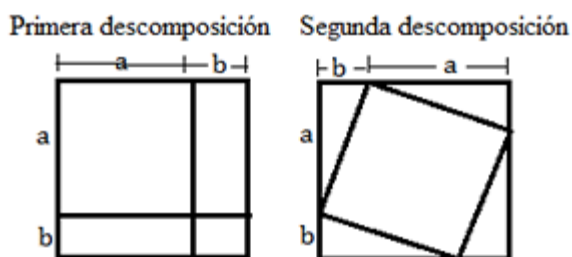
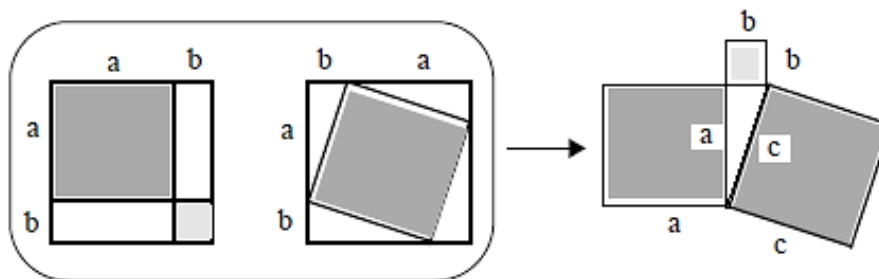


Figura 2: Dos descomposiciones del área de un cuadrado de lado  $a+b$   
Tomado de: Propuesta para abordar el teorema de Pitágoras en clase (Perry, 2000, p.162)

Posteriormente se les indica que marquen con un mismo color las áreas iguales en las dos figuras, esperando que lleguen a la conclusión de la representación gráfica mostrada en la Figura 3.



Representación gráfica para una demostración  
del teorema de Pitágoras

Figura 3: Continuación demostración del teorema de Pitágoras.  
Tomado de: Propuesta para abordar el teorema de Pitágoras en clase (Perry, 2000, p.163)

Se observa en la Figura 3 la deducción del enunciado del teorema en términos de áreas: La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

La propuesta de enseñanza del teorema de Pitágoras, después de la demostración propone ejercicios de interiorización similares a los siguientes:

- Un poste tiene una altura de 27 m. ¿Cuánto medirá un cable de tensión que va de la punta más alta del poste al piso, al cual está anclado y separado 30m de la base del poste?
- Encontrar las longitudes “x” y “y” en las siguientes figuras

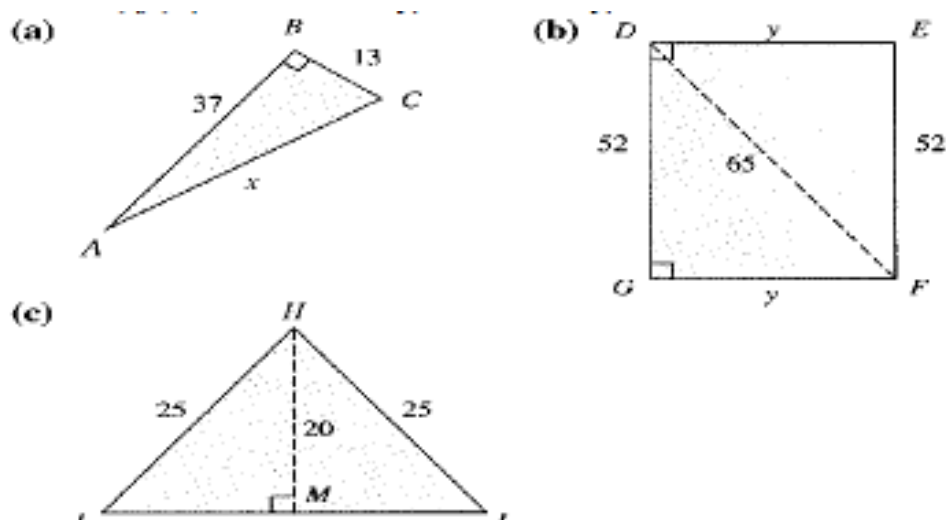


Figura 4: Ejemplo de ejercicios para aplicar el teorema de Pitágoras  
Tomado de: Matemáticas para maestros (Godino, 2008, p.320)

Consecuente con lo anterior se puede inferir que en este tipo de actividades, demostración y ejercicios, es aconsejable la utilización de recursos didácticos manipulativos ya que permiten desarrollar el pensamiento matemático de los alumnos, así como su reflexión para llegar a la comprensión del contenido matemático enseñado tal y como lo señala el MEN (2012) cuando define que “los recursos se hacen mediadores eficaces en la apropiación de conceptos y procedimientos básicos de las matemáticas y en el avance hacia niveles de competencia cada vez más altos”(p.75).

Por lo tanto, dicho objeto matemático será enseñado a través de una unidad didáctica, fundamentada en la metodología de la indagación, que caracteriza la práctica docente del investigador y que se profundiza en el siguiente apartado.

## **2.2. Práctica docente**

Entendida esta práctica como la que se centra en el maestro, en la manera en la que trabaja, se expresa, se comporta y se relaciona. Es decir, la descripción de sus hábitos, acciones y estilos en un contexto educativo. De acuerdo con De Lella (1999) la práctica docente se concibe como todas aquellas actuaciones que el docente realiza en el aula con el propósito de enseñar y la distingue de la práctica educativa en lo institucional global y el carácter social de la práctica del docente.

No obstante, la práctica docente involucra dos actores, el estudiante y el docente, este último debe ser especialista en lo que enseña, en este caso matemática, su historia y epistemología. Además, tener conocimientos amplios, claros y precisos en la metodología y didáctica de esta disciplina, lo cual incluye conocimientos de diseño, desarrollo curricular, uso de medios y materiales de instrucción, así como métodos y técnicas de evaluación de los aprendizajes (Briones, 1999).

Por esta razón se propone interpretar la práctica docente desde tres categorías: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad* (González-Weil, *et al.*, 2012), las cuales contribuyeron con la reflexión de lo sucedido en el aula durante la implementación de la unidad didáctica diseñada desde la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

### **2.2.1. Secuencia didáctica**

La *secuencia didáctica* está relacionada con la pregunta ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran? La misma tiene en cuenta la forma en que se plantea la situación problema a los estudiantes, el inicio, desarrollo y cierre de la sesión; la claridad en las instrucciones dadas a los estudiantes, la manera en que se generen inquietudes y cuestionamientos desde contextos reales, el acompañamiento del docente en la construcción de conocimientos facilitando y regulando el aprendizaje. Así como la relación entre la situación planteada y el contenido, la reorientación de su práctica en el aula de acuerdo a los intereses de los estudiantes, el uso de material didáctico como mediador cognitivo y las estrategias para recuperar y articular saberes (González-Weil *et al.*, 2012).

Por tanto, se entiende por *secuencia didáctica* “el conjunto de actividades organizadas y secuenciadas” (Sanmartí, 2000, p. 254), intencionadas por el docente, donde se tiene en cuenta los contenidos a introducir al igual que las características y diversidad de los estudiantes (Sanmartí, 2000), desde cuatro subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexible, orientación explícita de la actividad y el docente como guía (González-Weil, *et al.*, 2012).

### **2.2.2. Competencia Científica**

La *competencia científica*, relacionada con la pregunta ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? (González-Weil *et al.*, 2012), hace referencia a la promoción de conocimientos, capacidades, actitudes y la forma como se enseñan; se evidencian cuando el docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de la comunicación en sus diferentes formas para articular los saberes previos con nuevos aprendizajes, al hacer uso del

lenguaje disciplinar apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes y cuando se apropia de estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

En ese sentido, la *competencia científica* del docente corresponde al planteamiento de preguntas, identificación de pruebas y razones que fundamenten la toma de decisiones, gestionar la clase para estimular interacciones entre estudiantes que posibilite el aprendizaje, desarrollar la capacidad de leer críticamente la información, escribir de manera argumentada y autorregular el proceso de aprendizaje (Sanmartí, 2000).

### **2.2.3. Interactividad**

La *interactividad*, relacionada con la pregunta ¿Qué características tiene la interacción profesor – alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? (González-Weil *et al.*, 2012), se refiere a las características que se identifican con la presencia de un proceso activo de negociación. Además, de la construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático que propician el andamiaje, las cuales se evidencian en el trabajo colaborativo a través de estrategias que posibilitan el aprendizaje al hacer preguntas relacionadas con las inquietudes de los estudiantes (González-Weil *et al.*, 2012).

Como se mencionó anteriormente, las categorías descritas permiten interpretar la práctica docente del investigador, a partir de la metodología de la indagación.

## **2.3. Metodología de la indagación**

La indagación se describe como una estrategia innovadora para aprender y enseñar, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas, con la intención de encontrar una relación dinámica, reflexiva y de acción argumentada, generando una

interacción desde la comprensión y significación de los participantes (Uzcátegui y Betancourt, 2013).

En este sentido, la metodología de la indagación especifica el rol del docente en crear un ambiente que motiva al estudiante a participar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de manera activa, abandonando su papel de transmisor de conocimientos para desempeñar un rol de guía, introduciendo medios de aprendizaje y haciendo uso de preguntas que promueven la investigación, despertando la curiosidad de los estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión (Cristóbal y García, 2013). Por tanto, compromete al docente en: promover el diálogo en el aula, formular constantemente preguntas, dar tiempo suficiente para responder, hacer retroalimentación cada vez que la enseñanza y el aprendizaje lo requiera, posibilitar la evaluación formativa a través de la autoevaluación y la evaluación entre pares (Harlen, 2013).

En consecuencia, se reconoce al docente como, quien facilita la situación problema con la intención de plantear, cuestionar y someter a prueba hipótesis, razonamientos, conclusiones; mientras observa, toma nota para luego orientar esos razonamientos hacia el saber (Amador, Rojas y Sánchez, 2015), siendo un mediador que posibilita la construcción de significados y acerca al estudiante hacia el conocimiento. Dicha construcción es permitida por medio de un modelo de fases dinámicas que se conoce como indagación práctica (Bustos, 2011).

Para los propósitos de esta investigación, se definen las siguientes cuatro fases de la indagación práctica que fueron integradas en la matriz (Anexo 2) utilizada para la interpretación de la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, según información recogida a través del instrumento (Anexo 1):

*Hecho desencadenante:* El docente da inicio al desarrollo de la clase planteando un problema que promueve la participación de los estudiantes desde sus saberes previos, y en el proceso tanto docente como estudiantes, se involucran en interacciones en torno a situaciones que generan nuevas ideas.

*Fase de exploración:* Se generan situaciones que son exploradas de manera individual y en sesiones de grupo, a partir de la combinación de un mundo compartido y un mundo reflexivo; al hacer búsquedas, elección de información, y formulación de hipótesis; las cuales son discutidas, corroboradas y valoradas.

*Fase de integración:* Se construyen significados a partir de la participación de todos, se integran y sistematizan ideas de manera progresiva. El docente orienta el proceso generando situaciones que fortalecen el pensamiento crítico y la construcción del nuevo conocimiento.

*Fase de resolución:* Se centra en la resolución del problema y la evaluación de la solución propuesta, al hacer un análisis riguroso de las explicaciones o soluciones acordadas a las situaciones propuestas desde el hecho desencadenante (Bustos 2011. Citado por Amador *et al.*, 2015)

La metodología de la indagación se concretó en la planeación, organización y construcción de la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras.

## **2.4. Unidad didáctica**

Existen varios significados relativos al concepto de unidad didáctica. En esta investigación se adopta la propuesta por Coll (1991), quien la define como la unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza y aprendizaje que tiene una duración fija, precisa de objetivos, bloques de contenido, actividades de aprendizaje y actividades de evaluación.

Por tanto, se considera como una forma de planificar el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad (Escamilla, 1992).

Así mismo, según el MEN (1992) “la unidad didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos” (Citado por Corrales, 2010, p.3).

En consecuencia, para este trabajo se tuvo en cuenta el esquema presentado en el Anexo 3, allí se planeó la unidad didáctica teniendo en cuenta la metodología de la indagación, las situaciones didácticas de Brousseau y las propuestas para abordar el teorema de Pitágoras planteadas por Perry y Osorio

## **2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau**

Guy Brousseau (Citado en Sadovsky, 2005) plantea un modelo que rompe con los esquemas tradicionales, favoreciendo la interacción que lleva a la construcción de nuevos conocimientos, los cuales se construyen a partir de lo que el estudiante ya conoce, teniendo en cuenta las siguientes situaciones:

*Situación acción:* Permite al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En consecuencia, la situación acción (experimentando – descubriendo), tiene que ver con el trabajo individual que realiza el estudiante interactuando con el medio didáctico generado por el maestro y pensado en el estudiante, el cual responde a despertar el interés del estudiante, ya que



el problema propuesto no tiene respuesta inmediata, así lo lleva a pensar y diseñar una serie de estrategias de solución para dicho problema.

*Situación de comunicación:* En ésta el estudiante intercambia con sus compañeros información, lo cual exige que intervenga en ella, formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías; y los ponga a prueba con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y toma los que le son útiles para continuarla (Gómez, 2001).

Por consiguiente, esta situación (hipótesis – comunicado), requiere de la comunicación de los estudiantes, llevándolos a generar interacción con el otro en relación con el problema planteado, y donde cada integrante debe ser partícipe activo, aportando ideas de solución las cuales emergen de la interrelación con el medio didáctico.

*Situación de validación:* Momento de comprobación de la validez en las respuestas del estudiante al problema; para esto él debe poder validar la situación. Es decir, debe hacer declaraciones que se someten a juicio de sus interlocutores, quienes rechazan o aceptan sus afirmaciones. Se hace necesario que la propia situación informe al alumno si lo ha hecho bien o no, si su solución es acertada, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

Así la situación de validación (demostración – comprobación), consiste en poner a discusión las ideas obtenidas en la interacción grupal. Los estudiantes validan su conocimiento por medio de pruebas para poder demostrar frente a los demás su afirmación con ayuda de argumentos.

*Situación de institucionalización:* Momento en el que el docente concilia los saberes que el estudiante ha emitido a lo largo de las situaciones anteriores con el saber cultural o científico, creando sentido entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural cuando concluye,

recapitula, sistematiza, ordena y vincula las producciones de los estudiantes, preservando el sentido de los conocimientos científicos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En la situación de institucionalización (formalización), el estudiante ha generado una serie de concepciones frente al problema planteado y es aquí donde se culmina el proceso, convirtiéndose ésta en el cierre de la situación didáctica. El maestro se involucra de forma más activa en el proceso, toma lo realizado por los estudiantes hasta el momento y lo formaliza, lo pasa de un saber personal a uno institucional, a un saber socialmente elaborado.

En virtud que en las situaciones de: acción, formulación y validación; la intervención del docente está en función de lo que el estudiante sabe y demanda, se les conoce como “situaciones adidácticas”; mientras que, en la institucionalización, es el docente que interviene a partir de la tarea académica realizada por el estudiante, se le conoce como “situación didáctica”.

### Capítulo III: Metodología

En este capítulo se presenta la sustentación metodológica que permitió el desarrollo del proyecto, tipo y diseño de investigación, técnicas e instrumentos y fases.

#### 3.1. Tipo de investigación

La investigación es de tipo cualitativo, de corte descriptivo interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), puesto que “brinda descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” (p. 9), busca comprender y reflexionar sobre la práctica docente en su entorno natural como lo es, el aula. Para este caso el propósito es interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en estudiantes de grado 10°.

El trabajo se enfoca en el análisis del registro y sistematización de información asociada a las acciones y discursos del docente, a partir de las transcripciones de tres videgrabaciones de clase realizadas durante la implementación de la unidad didáctica.

#### 3.2 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación se toma desde la teoría fundamentada, “lo cual significa que la teoría va emergiendo fundamentada en los datos” (Hernández, *et al.*, 2010, p. 444). Para el diseño se consideraron tres momentos:

En el primer momento se toma como antecedente primario, antes de la formación postgradual, la observación de tres clases del investigador a través de videgrabaciones de su práctica en el aula, las cuales se transcribieron para buscar acciones recurrentes línea a línea, y desde la

codificación abierta de la teoría fundamentada, al “analizar y generar por comparación constante categorías iniciales de significados” (Hernández *et al.*, 2010, p. 494), se pudieron hallar las categorías emergentes, que permitieron estructurar la visión retrospectiva (caracterización de la práctica del docente como antecedente para la investigación antes de la intervención con la metodología de la indagación desde las situaciones didácticas de Brousseau).

Una vez identificadas las categorías emergentes de la práctica del investigador, se procedió a establecer conexiones entre las categorías (codificación axial), y de allí emergieron subcategorías (Hernández, *et al.*, 2010); que permitieron refinar la caracterización previa de la práctica del docente.

En un segundo momento, posterior a la revisión documental, se diseñó y planeó una unidad didáctica fundamentada en: la metodología de la indagación, las situaciones didácticas de Brousseau y la teoría de Perry y Osorio; para la enseñanza del teorema de Pitágoras en estudiantes de grado 10º ; la cual se implementó en tres sesiones de clase que fueron grabadas, transcritas en un procesador de texto y posteriormente importadas y analizadas en el software Atlas.ti (software especializado para análisis de información cualitativa, disponible en <http://atlasti.com/> ), donde se realizó la codificación de acuerdo a los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información (codificación selectiva), lo que posibilitó de describir las acciones del docente según las categorías, subcategorías e ítems del instrumento (Anexo 1).

En el tercer momento, para analizar la información, se tuvo en cuenta la matriz del Anexo 2, construida a partir de las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución. Fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección

de información, para describir la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente, generando un modelo teórico y explicativo a través de la codificación selectiva.

De acuerdo a lo anterior se construyó un diccionario (Anexo 4), donde se muestran las definiciones teóricas y operacionales (propias de los investigadores del macroproyecto de matemática), sobre los conceptos que conforman los instrumentos de análisis de la información (Anexo 1 y 2), esto con el objetivo de disminuir la subjetividad al momento de realizar el proceso de codificación, análisis y discusión de los datos.

### **3.3. Técnica e instrumentos de investigación**

#### **3.3.1. Observación.**

La observación implica el análisis y la síntesis, la actuación de la percepción y la interpretación de lo percibido. O sea, la capacidad para descomponer o identificar las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo. “Es decir, esa facultad para identificar y conocer el conjunto de cualidades y partes de los objetos y fenómenos de la realidad que actúan directamente sobre los sentidos, ya que por medio de éstos sólo se conocen algunas cualidades aisladas” (Cerde, 1993, p. 238).

En esta investigación se asume la técnica de recolección de información a partir del registro video gráfico de las sesiones de clase que conformaron la unidad didáctica; y en función de que el investigador personalmente manejó lo sucedido en el aula, se considera que es una observación participante (Cerde, 1993), en la que su objetivo se enmarcó en “interpretar como contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°”.

Por tanto, la observación permitió describir la práctica docente desde las categorías: *secuencia didáctica, competencia científica e interactividad*, propuestas por González-Weil, et al., (2012).

### **3.3.2. Estudio de caso por auto observación.**

La auto observación como criterio científico de investigación se ha fortalecido en los últimos años en la comunidad académica, en particular la enfocada a estudiar la enseñanza y el aprendizaje escolar. Entre algunos ejemplos están los estudios de Gómez (2007) y Brousseau (2007); quienes aportan a este debate desde las investigaciones sobre sus propias prácticas.

De igual manera es válido recordar que “La investigación cualitativa no parte de hipótesis y, por lo tanto, no pretende demostrar teorías existentes, más bien busca generar teoría a partir de los resultados obtenidos” (Martínez, 2011, p.17); razón por la cual el autor de la presente investigación partió de la teoría existente y diseñó una unidad didáctica para determinar ¿Cómo contribuye la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10º?, y en ningún momento se formuló hipótesis alguna o se incursionó en campos de validez teórica .

Consecuente con los principios que rigen la investigación cualitativa, y en especial cuando su diseño se hace sobre la teoría fundamentada, Hernández *et al.* (2010), sostienen que “el objetivo central en los estudios cualitativos se enmarcan en la manipulación de elementos subjetivos, y que esto no es viable en comunidades ampliamente numerosas” (p. 395); razón por la cual para esta investigación se tomó un estudio de caso representado en un docente de básica secundaria y media que orienta matemáticas, nombrado en propiedad y becado por el MEN; quien se auto observó y se auto caracterizó teniendo como referente los instrumentos elaborados desde el macroproyecto de matemáticas, buscando la imparcialidad en la toma de decisiones.

### 3.3.3. Instrumentos para recolección de datos.

El instrumento para la recolección y sistematización de datos (Anexo 1) que permitió describir la práctica docente tiene como referente las categorías de análisis propuestas por González-Weil *et al.* (2012):

*Secuencia didáctica:* En la que se pretende responder a la pregunta: ¿qué actividades se realizan en el salón y cómo se estructuran? A través de las subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles, orientación explícita de la actividad y el docente como guía.

*Competencia científica:* En relación con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? Tiene dos subcategorías: promoción de conocimiento, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

*Interactividad:* Relacionada con la pregunta ¿qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? A través de las subcategorías: presencia de un proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes; y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

La siguiente Tabla muestra las categorías descritas anteriormente:

Tabla 1  
*Categorías y subcategorías de la práctica docente*

Categoría	Subcategoría
Secuencia didáctica	Actividad medular.
	Momentos de la clase flexible.
	Orientación explícita de la actividad.
	El docente como guía.
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.
	Enseñanza de las competencias disciplinares.
	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los
Interactividad	estudiantes.
	Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

Fuente: Macroproyecto de matemática, 2016.

Para la validación del instrumento se siguieron los siguientes pasos:

El primer piloto del instrumento se hizo a través del Semillero en Didáctica de la Matemática (SEDIMA), de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Posteriormente, fue revisado por los maestrantes inscritos en el macroproyecto de matemática, becarios del Ministerio de Educación Nacional, primera, segunda y tercera cohorte, quienes realizaron los ajustes requeridos teniendo en cuenta los fundamentos teóricos que direccionan esta investigación. Con estos insumos se procedió a hacer otra prueba piloto con estudiantes del programa de Licenciatura en Pedagogía Infantil en el curso “Construcción y didáctica de las matemáticas tres”; a partir del cual se hacen ajustes al instrumento y a la matriz de análisis, para posteriormente ser validados por dos expertos en esta área.



### 3.3.4. Matriz para el análisis de la información según la metodología de la indagación práctica.

La matriz para el análisis de la información (Anexo 2) fue diseñada en el macroproyecto de matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática”, primera, segunda y tercera cohorte; y validada por expertos.

La matriz se construye teniendo en cuenta las fases de la indagación práctica (Bustos, 2011), fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información, para establecer la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente observado. La Tabla 2, resume dichas fases y subcategorías.

Tabla 2  
*Fases y subcategorías de la indagación práctica*

Fases	Subcategoría
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa. Exploración de conocimientos previos. Planteamiento del problema contextualizado. Involucrar al estudiante.
Exploración	Construcción de significados. Búsqueda de hipótesis. Sesiones de grupo para exploración cooperativa. Aporte individual de ideas para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada. Búsqueda y elección de información.
Integración	Construcción conjunta de significado a partir de las explicaciones apropiadas del problema planteado. Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones.
Resolución	Evaluación de la solución propuesta. Confirmación y análisis de la explicación.

Fuente: Macroproyecto de matemáticas, 2016.

### 3.4. Fases de la investigación.

La investigación realizada se puede resumir en ocho fases, las cuales son garantes de los resultados presentados sobre la interpretación de la práctica docente del investigador, así:

Fase 1: Problematicación en la enseñanza de la matemática en el contexto nacional e institucional.

Fase 2: Caracterización de la práctica docente del investigador antes de iniciar la formación postgradual, *visión retrospectiva*.

Fase 3: Apropriación del saber matemático, su didáctica y la metodología de la indagación.

Fase 4: Diseño, planeación y construcción de la unidad didáctica.

Fase 5: Validación e implementación de la unidad didáctica.

Fase 6: Interpretación de la práctica docente a partir de la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Fase 7: Discusión y análisis de los datos.

Fase 8: Conclusiones y recomendaciones.

## Capítulo IV: Análisis de datos

El capítulo contiene el estudio de los datos hallados durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras en grado 10°, información obtenida durante la grabación de tres sesiones de clase, transcritas y codificadas mediante la herramienta cualitativa Atlas.ti según el instrumento de recolección de información (Anexo 1), compuesto por 30 ítems organizados en tres categorías que caracterizan la práctica docente: *Secuencia didáctica*, *competencia científica* e *interactividad* (González-Weil *et al.*, 2012), y analizada a través de la matriz presentada en el Anexo 2, conformada por cuatro fases de la indagación práctica: Hecho desencadenante (HD), Exploración (EX), Integración (IN) y Resolución (RE) (Bustos, 2011); cada una de las cuales permitieron interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente investigador.

La codificación de los datos mediante el programa Atlas.ti y el análisis con los documentos primarios, permitieron determinar las coocurrencias entre las fases de la indagación práctica y las categorías y subcategorías de la práctica docente. Es así como, para esta investigación se entiende por coocurrencia el índice porcentual de apropiación de la metodología de la indagación en las acciones del docente, observadas durante la implementación de la unidad didáctica, y que sirvieron como información para la discusión y análisis.

### 4.1. Secuencia didáctica

La *secuencia didáctica*, entendida en esta investigación como el conjunto de actividades planeadas por el docente en marco de la indagación, con el fin de enseñar el teorema de Pitágoras desde cuatro subcategorías de gran relevancia como son: la actividad medular a partir de

“experiencias de acceso directo al aprendizaje” (Sanmartí, 2002. Citado por González-Weil, *et al.*, 2012, p. 89), los momentos de la clase flexible, orientación explícita de la actividad y el docente como guía. Cada una de éstas, con sus respectivos indicadores permitieron la presentación de los saberes matemáticos a los educandos. La *secuencia didáctica* se relacionada con la pregunta ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura? (González-Weil, 2012), fue analizada desde los datos obtenidos en la codificación de las subcategorías antes mencionadas.

En este informe se presenta el análisis de las subcategorías, con mayor porcentaje de coocurrencia, consideradas las más relevantes y que se muestran en las Tablas 3, 6, 9 y 12.

No obstante, en los resultados se observó escasa intervención del docente en algunos aspectos de su práctica docente, como se muestra en el análisis, que arrojaron datos de 0% en los niveles porcentuales o cercanos a este valor entre algunos ítems, y se entienden como aquellas acciones donde la intervención del docente fue poco o nada en los aspectos analizados de la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Por lo tanto, los índices de coocurrencia en 0% o cercanos a este valor, fueron tenidos en cuenta para realizar las recomendaciones necesarias relacionadas con las subcategorías analizadas, para una futura implementación de la unidad didáctica en la enseñanza del teorema de Pitágoras.

#### **4.1.1. Actividad medular.**

Para el análisis de la subcategoría actividad medular, la cual se refiere al desarrollo de la temática a trabajar en esta investigación, el teorema de Pitágoras a través de una situación problema mediante la utilización de variados recursos, y propiciando en el estudiante una

participación protagónica en la construcción de saberes, a la vez que se relacionan con contextos de la vida cotidiana (Sanmartí, 2002. Citado por González-Weil *et al.*, 2012); se analizaron los datos de la Tabla 3.

Tabla 3

*Índices de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría actividad medular*

Indagación práctica		1A Actividad medular		
	Ítems	1A-1 Desarrolla temáticas a través de situaciones problema	1A-2 Relaciona contenidos con situaciones de la vida cotidiana	1A-3 Utiliza variados recursos para construcción del conocimiento
	Código			
Planeación de clase abierta y participativa	HD-1	0,04	<b>0,15</b>	0,06
Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	0	0,07	0,02
Integrar información, intercambiar opiniones, presentar explicaciones	IN-11	0,01	0,03	0,01
Confirmación y análisis de la explicación	RE-13	0,05	0	0,02

Fuente: Elaboración propia, 2017.

De la Tabla anterior se observa como el ítem 1A-2, que se refiere al actuar del docente en el aula donde relacionó el teorema de Pitágoras con situaciones de la vida cotidiana; representó el mayor porcentaje de apropiación de la metodología de la indagación, con un 15%, en la práctica del docente investigador; al planear clases abiertas y participativas, subcategoría identificada como HD-1, fase hecho desencadenante de la indagación práctica; durante la implementación de la unidad didáctica.

Cada una de las sesiones que conformaron la unidad didáctica fueron planeadas teniendo en cuenta la contextualización del teorema de Pitágoras con la vida cotidiana a través de situaciones problema. Por ejemplo, en la sesión 2, el docente entregó a los estudiantes de manera aleatoria, láminas con imágenes de televisores, celulares y computadores, para que las observaran y describieran, esperando que identificaran en las láminas que el tamaño de la pantalla se obtiene

midiendo la diagonal, saber previo trabajado en la sesión 1 y que hace referencia a la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

En la Tabla 4 se presenta un fragmento de transcripción e imágenes donde se muestra al docente como “el responsable de iniciar el trabajo en esta fase, pero también se sugiere que la actividad se realice de manera más abierta y participativa de forma tal que se promueva la participación de los estudiantes” (Bustos, 2011, p. 102). Por tal motivo el docente mediante el uso recurrente de preguntas guió y acompañó a los estudiantes en la descripción de las láminas entregadas como estrategia de socialización de resultados.

Tabla 4

*Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes de la implementación de la unidad didáctica	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p><i>Imagen 1: Docente entregando láminas de trabajo</i></p>	<p>P: Bien miremos, vamos a identificar algunas de las características de la lámina que tienen, ¿qué me pueden decir de la lámina que les correspondió?</p> <p>(Se observa como todos los estudiantes empiezan a mirar y analizar la respectiva lámina que tiene en la mano)</p> <p>E: Es un Smart tv</p> <p>P: ¿Qué es un Smart tv?</p>
 <p><i>Imagen 2: Docente dando instrucciones</i></p>	<p>E: Que ahorra, resolución full hd, dos entradas hdmi, puertos usb 2 y tdt 2</p> <p>P: Muy buena descripción de publicidad, ahora si le pidiera matemáticas y geometría ¿qué me podría decir?</p> <p>E1: Que es un triángulo rectángulo</p> <p>E2: Rectángulo</p> <p>E3: Que es un triángulo que se puede sacar dos</p> <p>P: Es un rectángulo ¿qué se puede sacar?</p>
 <p><i>Imagen 3: Docente realizando preguntas de las imágenes</i></p>	<p>E: Dos triángulos rectángulos</p> <p>P: Dos triangulo rectángulos</p> <p>P: ¿Cómo se mide la pantalla?, esas pulgadas que le dan ahí ¿cómo están medidas?</p> <p>E: Diagonales</p> <p>P: Diagonales, o sea que vamos a tomar como ejemplo el que tiene Victoria, esta diagonal ¿cuántas pulgadas tiene? (el profesor hace la pregunta señalando el rectángulo dibujado en el tablero)</p> <p>E: 55. (Buitrago, 2017a, p. 51).</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017.

Se observa desde la transcripción que el uso intencionado de preguntas llevó a los estudiantes a identificar saberes previos que emplearon para proponer soluciones y estrategias a la situación planteada, siendo este un proceso indagatorio y articulado con la fase de acción propuesta en las situaciones didácticas de Brousseau, teniendo como referente que: “las preguntas tienen un papel central en el discurso en el aula y es uno de los factores más importantes en la determinación de las oportunidades de los estudiantes para el desarrollo de la comprensión a través de la indagación” (Harlen, 2013, p. 45), fijándose no tanto en la frecuencia, sino, en la intención de esta.

La Tabla 3 muestra que el índice de coocurrencia más alto es 15%, y que define en esta investigación la apropiación de características de la metodología de la indagación, que se obtuvieron al realizar la transcripción y codificación, que permitieron identificar acciones donde el docente generó espacios que favorecieron una participación protagónica de los estudiantes en la construcción de conocimientos, Asimismo, se encontró que los ejercicios propuestos permitieron relacionar los contenidos con la vida cotidiana, particularidades de una clase abierta y participativa. Las siguientes imágenes muestran a los estudiantes buscando soluciones a la situación problema planteada en la sesión 2.



Imagen 4: Estudiantes buscando solución a la situación problema



Imagen 5: Estudiantes socializando la solución

Las características del rol del docente mostradas anteriormente, donde actuó como guía y orientador del proceso, no se observaron en la visión retrospectiva. En ésta el profesor se



limitaba a proponer actividades y ejercicios para ser resueltos por los estudiantes de manera repetitiva o algorítmica, llevándolos a asumir un rol pasivo en su proceso de aprendizaje, donde realizó el acompañamiento solo a aquellos estudiantes que se acercaban a su escritorio. Como se observa en la Tabla 5.

Tabla 5

*Imagen y fragmento de transcripción de la visión retrospectiva*



*Imagen 6: Estudiante solicitando orientación*

E: Profe que pena molestarlo tanto, uno como hace para saber si se utiliza ley de seno o ley de coseno  
 E: Que si es ángulo, lado, ángulo es por coseno. Pero uno puede hacer ángulo, ángulo y lado, entonces ahí quedan intercalados. ¿Uno desde donde empieza a contar?  
 P: Vimos los casos, pero entonces uno puede jugar con los lados y con los ángulos. En este caso sería: Ángulo, lado, lado [Señalando en el triángulo dibujado en el cuaderno del estudiante]  
 P: Lado, ángulo, ángulo o lado, ángulo, ángulo  
 P: ¿Cómo lo va a leer?  
 E: Ángulo, ángulo, lado.  
 E: Cualquiera  
 P: Debe leerlo ángulo, ángulo, lado o lado, ángulo, ángulo. Igual es lo mismo.  
 E: Pero entonces uno empieza dándole la vuelta como las manecillas del reloj. [Señalando la forma de hacerlo en el dibujo]  
 P: Ah, pero no le da. Porque tiene ángulo, acá no conoce, lado no conoce. Tiene que ser por los lados que conoce.  
 E: Pero, ¿si empiezo acá? [Señalando en el dibujo] ángulo, lado y ángulo. Están los lados que conozco  
 P: Sí, pero es que acá. Déjeme hacer bien el dibujo. [El docente realiza un nuevo dibujo]. Por cómo están ubicados los ángulos, el dibujo debe ser así. (El docente corrige el dibujo del estudiante, realizando uno nuevo).  
 P: Entonces usted solo va a trabajar con un triángulo. Ángulo, lado, ángulo.  
 E: Si señor. [Mientras el docente le escribe a un lado del dibujo las iniciales ALA]  
 E: Entonces, si uno lo ve así, es con coseno.  
 P: No, porque, el coseno es lo contrario. El coseno es: Lado, ángulo, lado. El ángulo está en la mitad.  
 E: Ah.  
 P: Entonces este obligatoriamente es. [Y escribe “seno” en el dibujo realizado]. Porque la única opción para coseno, es que el ángulo este en la mitad de los dos lados. Listo. (Buitrago, 2016, p.34)

Fuente: Elaboración propia, 2017.

La transcripción anterior, así como la imagen, permitieron observar e interpretar que el docente en la visión retrospectiva realizaba orientación desde su escritorio, sin realizar un monitoreo constante o tener un rol más activo y de facilitador en la actividad propuesta. La guía de trabajo entregada por el docente, se limitaba a la ejercitación sin permitir la construcción de conocimientos, ya que les entregaba los conceptos y fórmulas necesarias para realizar los procedimientos, y en la mayoría de los casos se limitaba a guiarlos hacia el resultado o el procedimiento a utilizar.

Igualmente, desde la visión retrospectiva no se observaron acciones donde el docente permitiera al estudiante su participación en las actividades, como se observó durante la implementación de la unidad didáctica, donde logró hacer aportes en la construcción de saberes con los estudiantes, como lo propone Sanmartí (2000), quien plantea que el desarrollo de las actividades que relacionan contenidos con la vida cotidiana, permiten además de la participación del estudiante, que se involucre aún más con su aprendizaje.

El análisis anterior permitió realizar la interpretación de la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica, con su visión retrospectiva y referentes teóricos, para mostrar la apropiación de la metodología de la indagación en su práctica de enseñanza, interpretada a partir de la categoría *secuencia didáctica* a través de la subcategoría actividad medular. Análisis que llevó a establecer que las actividades planeadas favorecieron la enseñanza del teorema de Pitágoras a partir de “experiencias de acceso directo al aprendizaje” (Sanmartí, 2002. Citado por González-Weil, *et al.*, 2012, p. 89), para los estudiantes.

Igualmente, los índices mostrados en la Tabla 3, que arrojaron datos de 0% en los índices porcentuales de coocurrencia o cercanos a este valor entre algunos ítems, Son por ejemplo el ítem 1A-1, que mostró que el docente no desarrolló la temática a través de situaciones problema,

con la intención de buscar y elegir información relevante, fase de exploración de la indagación práctica, EX-9, ya que desde la transcripción y codificación se observó que, presentó la situación problema relacionando los contenidos con la vida cotidiana para favorecer así una clase más abierta y participativa.

Lo que significa, que, aunque se hallan planeado sesiones que posibilitaran acciones para llevar a cabo las actividades propuestas en los ítems de la categoría mencionados anteriormente, en la práctica no se llevó a cabo, no quiere decir que, no se haya tenido en cuenta, sino que, el desarrollo de la clase giró en torno a otros aspectos de la categoría, lo que fortaleció más el ítem con mayor porcentaje analizado, mostrando así poca incidencia en los demás ítems.

#### **4.1.2. Momentos de la clase flexible.**

Para el análisis de la subcategoría momentos de la clase flexible, entendida como los cambios o ajustes que hace el docente durante el desarrollo de la clase y que se evidenciaron en las acciones de planeación, acompañando a los estudiantes en la construcción de nuevos conocimientos en un proceso de interacción dialógica para la búsqueda y elección de información relevante, a través del trabajo individual y colaborativo (Bustos, 2011), que les permitió la construcción de significados a partir de la explicación apropiada del tema planteado. Se analizaron los datos de la Tabla 6.

Tabla 6  
Subcategoría: momentos de la clase flexible

Indagación práctica		1B Momentos de la clase flexible		
	Ítems	1B-4 Docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje	1B-5 Planea y construye paso a paso y de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B-6 Acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos
	Código			
Exploración cooperativa	EX-7	0,04	0,16	0,13
Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	0,01	<b>0,38</b>	0,09
Construcción conjunta de significados	IN-10	0	0,33	<b>0,35</b>
Exploración de conocimientos previos	HD-2	0	0,36	0,22

Fuente: Elaboración propia, 2017.



De la Tabla anterior se observa como los ítems 1B-5, que se refiere al actuar del docente en el aula donde indagó saberes previos, promovió la participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento y favoreció el trabajo en equipo, con un 38%, y 1B-6 que se refiere a la participación del docente en los procesos que realizaron los estudiantes en sus trabajos individuales o colaborativos, durante la socialización de las actividades, con un 35%, mostraron la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del investigador en su práctica docente, observada durante la implementación de la unidad didáctica al realizar un proceso dialógico que propició en los estudiantes la búsqueda y elección de información, fase exploración, EX-9, así como la construcción conjunta de significados, fase de integración, IN-10, de la indagación práctica, para dar solución a la situación problema planteada, con las acciones en donde planeó y construyó de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza del teorema de Pitágoras, a medida que los acompañó en la construcción de nuevos conocimientos.

Al mismo tiempo, los estudiantes se acercaron a la construcción de nuevos conocimientos a través de la situación problema planteada, que se refería a la construcción de un campo de fútbol, donde era necesario tener claro los conceptos previos de área y la expresión matemática del

teorema de Pitágoras para su solución. Para ello usó recurrentemente preguntas intencionadas, que les permitió la comprensión y elección de la información necesaria para la solución de la situación problema. En esta actividad el docente inició explorando en los estudiantes sus conocimientos previos (situación de acción), para luego permitir la interacción entre ellos y la situación planteada, que dieron lugar a un proceso de construcción de conocimientos matemáticos por parte de los estudiantes (Sadovsky, 2005). Como se observa en el siguiente fragmento de transcripción e imágenes de la Tabla 7.

Tabla 7

*Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes implementación de la unidad didáctica	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p><i>Imagen 7: Docente explorando conocimientos previos</i></p>	<p>P: ¿Entonces yo cómo relaciono a cateto con hipotenusa, catetos con hipotenusas?</p> <p>E: Que si son dos catetos para hallar la hipotenusa se suman y si es un cateto y la hipotenusa se restan para hallar el otro cateto.</p> <p>P: Excelente, ¿y qué tuvo que utilizar para relacionarlos?</p> <p>E: El teorema de Pitágoras</p> <p>P: Entonces, ¿yo cómo relaciono los lados de un triángulo rectángulo?</p> <p>E: Con teorema de Pitágoras</p> <p>P: O sea que los lados se relacionan mediante el teorema de Pitágoras. (El docente escribe en el tablero la construcción del significado construido con los estudiantes) (Buitrago, 2017, p.80)</p>
 <p><i>Imagen 8: Docente y estudiantes construyendo significados</i></p>	

Fuente: Elaboración propia, 2017.

En el fragmento de transcripción, el docente mediante la indagación de saberes previos de conceptos trabajados en las sesiones 1 y 2, construyó de manera sucesiva y acumulativa el concepto del teorema de Pitágoras, al orientar a los estudiantes a la búsqueda de información relevante para la solución de la situación problema planeada desde la unidad didáctica, en la cual el estudiante dio solución a un diseño planteado para la construcción de un campo de fútbol en un conjunto cerrado. Situación problema central de la unidad didáctica, como se muestra a continuación:

### **CAMPO DE FÚTBOL**

El dueño de la constructora cuenta con un terreno de  $960\text{m}^2$  para la construcción de un campo de fútbol 5, con una zona verde en forma de triángulo rectángulo a un costado. El dueño de la constructora le solicita al arquitecto un diseño en el cuál el campo de fútbol no sea menor a los  $900\text{m}^2$  y su diagonal conserve una medida de 45m. Además, uno de los catetos del triángulo de la zona verde debe tener la misma medida que el ancho del campo de fútbol.

¿Cómo debe ser el diseño del campo de fútbol 5, teniendo en cuenta los datos de la situación planteada? (Buitrago, 2017b, p. 49).

El docente entregó un dibujo del campo de fútbol y los rangos de las medidas, esperando que el estudiante realizara los procedimientos utilizando el teorema de Pitágoras, para justificar su respuesta.



Figura 5: Diseño del campo de fútbol planteado en la sesión 3 de la unidad didáctica.

La actividad anterior permitió establecer que el docente propició actividades que lograron cumplir con el objetivo principal de la unidad didáctica, el cual pretendió la demostración intuitiva del teorema de Pitágoras y su definición formal, planeado desde la primera sesión, mostraron que planeó y construyó la enseñanza del teorema de Pitágoras de manera sucesiva y acumulativa.

Estrategias como las anteriores, en donde el docente indagó saberes previos y planeó de manera sucesiva el proceso de enseñanza, no fueron observadas en la visión retrospectiva, ya que no indagaba de manera intencionada, sino que se limitaba a actividades repetitivas donde el estudiante no requería de su acompañamiento constante. La búsqueda de información relevante tampoco era tomada en cuenta en su planeación de clase, porque no se planteaba situaciones problema, ya que realizaba solamente ejemplos y después proponía como actividad de clase ejercicios que requerían más de la memorización, que de la comprensión, análisis o interpretación.

Las características anteriores se pueden observar en la Tabla 8 donde se presenta un fragmento de transcripción con imágenes en las cuales el docente es el único actor del proceso realizando explicación en el tablero, ejemplos y mostrando a los estudiantes los conceptos necesarios para desarrollar los ejercicios que asignaba después de la explicación.

Tabla 8

*Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
	<p>P: Para el tema que vamos a ver a continuación, necesitamos las tres razones trigonométricas, las cuales son seno, coseno y tangente, que ya se habían estudiado en la solución de triángulos rectángulos.</p> <p>[Luego el docente escribe en el tablero: La ley de senos]</p> <p>P: Hasta el momento todo lo que hemos resuelto son triángulos rectángulos, es decir, triángulos que tienen un ángulo recto. Ahora, esta ley es utilizada para resolver triángulos que no son rectángulos [al mismo tiempo que va escribiendo en el tablero].</p>
	<p>[El docente dibuja un triángulo acutángulo en el tablero trazándolo con el borrador de tablero]</p> <p>P: Según los ángulos, los triángulos se clasifican en tres: Acutángulo, obtusángulo y rectángulo.</p> <p>Como los rectángulos, ya los sabemos solucionar, nos falta solucionar aquellos que sean acutángulos o aquellos que sean obtusángulos.</p> <p>P: ¿Cómo es un acutángulo? Este es el que generalmente dibujamos. [Realiza un dibujo de un triángulo en el tablero]. Parece un equilátero. El obtusángulo es aquel que tiene un ángulo obtuso, es decir que tiene un ángulo mayor de 90 grados.</p>
<p><i>Imagen 10: Docente asignando actividad sin realizar monitoreo constante</i></p>	<p>(Buitrago, 2016, p. 4).</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017.



La transcripción permitió interpretar que no realizó exploración de conocimientos previos, sino, que inició la clase escribiendo en el tablero el concepto a trabajar, la expresión matemática necesaria para realizar los ejercicios y posteriormente al terminar de hacer un ejemplo en el tablero, asignó ejercicios para que los estudiantes de manera algorítmica y repetitiva, desarrollaran siguiendo prácticamente el mismo procedimiento realizado por docente en el tablero.

Teniendo en cuenta el análisis de la visión retrospectiva, la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica y los referentes teóricos, permitieron establecer que el docente mostró apropiación de la metodología de la indagación en su práctica docente al enseñar el teorema de Pitágoras, interpretada a partir de la categoría *secuencia didáctica* a través de la subcategoría momentos de la clase flexible; al permitir en los estudiantes el desarrollo autónomo de sus ideas para la exploración, búsqueda y elección de información relevante que les ayudó a dar solución a la situación propuesta, mediante el uso de sus conocimientos previos.

Como ya lo hice notar, los índices mostrados en la Tabla 6, que arrojaron datos de 0% en los índices porcentuales de coocurrencia o cercanos a este valor entre algunos ítems, se entienden como aquellas acciones donde el docente mostró escasa o ninguna intervención en el desarrollo de la clase, son por ejemplo el ítem 1B-4, que mostró que el docente no flexibilizó su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, ya que realizó la construcción conjunta de significados, IN-10, fase de integración de la indagación práctica, de una forma estándar para todos, sin identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes de manera individual, que le permitiera establecer si ellos comprendían el significado de lo construido en la clase y así ajustar su estrategia.

Aquí he de referirme también que, aunque se halla planeado en la unidad didáctica acciones que posibilitaran llevar a cabo las actividades propuestas para identificar los ítems de la subcategoría, mencionados anteriormente, 1B-4, 1B-5 y 1B-6, en la práctica no se observaron, de modo que el problema no es que no se hayan tenido en cuenta, sino que, tanto el desempeño del docente como el de los estudiantes en el desarrollo de la clase fortaleció más el ítem que se registró con mayor porcentaje.

#### 4.1.3. Orientación explícita de la actividad.

Para el análisis de la subcategoría orientación explícita de la actividad, entendida como las estrategias usadas por el docente para explicar y reiterar instrucciones, durante toda la clase, donde orientó con claridad la actividad que el alumno debía realizar, y que “logra a través de la contextualización, explicitación y repetición de objetivos e instrucciones” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 94) favoreciendo un clima positivo en el aula, se analizaron los datos de la Tabla 9.

Tabla 9  
*Subcategoría: orientación explícita de la actividad*

Indagación práctica		1C Orientación explícita de la actividad	
	Ítems	1C-7 El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo	1C-8 El docente facilita y regula el aprendizaje
	Código		
Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	0,08	0,14
Planeación de clase abierta y participativa	HD-1	0,19	0,04
Evaluación de la propuesta	RE-12	0,05	<b>0,22</b>
Integrar información, intercambiar opiniones, presentar explicaciones	IN-11	0,05	0,07



Fuente: Elaboración propia, 2017.

De la Tabla anterior se observa como el ítem 1C-8, que se refiere al actuar del docente, cuando realizó la retroalimentación de las actividades desarrolladas, en la autoevaluación y coevaluación, con un 22%, mostró la apropiación de la metodología de la indagación en su práctica durante la implementación de la unidad didáctica mediado por un proceso de interacción y diálogo que propició en el aula la evaluación de las propuestas, fase de resolución, RE-12, de la indagación práctica, presentadas por los estudiantes como solución a las situación problema planteada, con las acciones en donde facilitó y reguló el aprendizaje a través de la comunicación oral de los resultados y el producto final entregado por los alumnos.

Esto quiere decir que los estudiantes lograron realizar la evaluación de sus propuestas, mediante la estrategia utilizada por el docente, que consistió en el uso intencionado de preguntas, favoreciendo la participación de los estudiantes para la socialización de resultados, logrando así que los estudiantes estuvieran “involucrados en expresar y comunicar su comprensión y habilidades a través de diálogo en el aula, iniciado por preguntas abiertas y centradas en la actividad” (Harlen, 2013, p. 21). Como se puede observar a continuación en la Tabla 10, que presenta un fragmento de transcripción e imágenes donde los estudiantes socializaron sus resultados a los demás compañeros sobre la situación problema planteada en la sesión 1. La actividad proponía determinar el valor de las medidas de tres piscinas en un complejo acuático, mediante la aplicación intuitiva del teorema de Pitágoras y los conocimientos previos.

Tabla 10

*Imágenes y fragmento de transcripción sesión 1 durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p><i>Imagen 11: Estudiantes socializando resultados</i></p>	<p>P: ¿Qué valores les asignaron a las piscinas pequeñas y por qué?</p> <p>E: Bueno, nosotros empezamos haciendo el cuadro de 25 y nos dimos cuenta que no nos daba, entonces empezamos a buscar otros números. Entonces caímos en cuenta de usar 20 y 15, porque 20 elevado a la dos da 400 y 15 elevado a la dos da 225 que sumado da 625, que la raíz cuadrada sería 25.</p> <p>P: Inicialmente ¿Por qué escogieron 20?</p> <p>E: Eh, porque me puse a hacerlo con unos valores y vi que no daba. Primero lo hice con 9 y 16 y daban valores muy pequeños, entonces empecé a hacerlo con otros valores más grandes, hasta que caí en esos dos.</p>
 <p><i>Imagen 12: Estudiante socializando resultados</i></p>	<p>P: ¿Y por qué escogieron 9 y 16?</p> <p>E: Porque ya había dicho que vimos unos cuadros y usamos esos valores, pero vimos que no daba.</p> <p>E2: Porque sumados dan 25, pero haciéndolo en teorema de Pitágoras no daba 625. (Buitrago, 2017a, p.35)</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017

El fragmento anterior presentó una situación en la cual un grupo de estudiantes está presentando a los demás compañeros la solución que proponen para dar respuesta a la situación problema planteada al inicio de la clase, utilizando conceptos asociados al teorema de Pitágoras,



al mismo tiempo el docente reguló esta socialización mediante el uso de preguntas para indagar en ellos los procesos realizados, favoreciendo así en los espacios de diálogo con los estudiantes “la capacidad de comunicarse utilizando lenguaje y representaciones apropiadas, incluyendo lenguaje escrito, oral y matemático” (Harlen, 2013, p. 20). Eso es, pues, un proceso indagatorio de confirmación y análisis, fase de resolución de la indagación práctica, articulado con la fase de validación propuesta en las situaciones didácticas de Brousseau, donde el estudiante además de socializar sus resultados, pudo comprobar, argumentar o contrastar la solución presentada, confrontándola con las condiciones planteadas en la situación problema y aceptando, que existían otras soluciones diferentes a la planteada por él (Sadovsky, 2005).

Este proceso de interacción se ve como una “*instancia de evidenciación y monitoreo de aprendizajes*, ..., a la vez que una oportunidad para compartir significados, sintetizar y aplicar conocimiento” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 93).

De otro lado, características de la metodología de la indagación del docente como facilitador y regulador del aprendizaje, no se observaron en la visión retrospectiva, en ésta, el docente no permitió espacios de socialización de resultados, simplemente asignó ejercicios y luego revisó sin propiciar un proceso de validación, como se observa en la Tabla 11 donde el fragmento de transcripción de la visión retrospectiva e imágenes, muestra a los estudiantes realizando la guía de trabajo asignada, sin socializar o comunicar los procedimientos o soluciones obtenidos.

Tabla 11

*Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
 <p><i>Imagen 13: Docente realizando orientación desde su escritorio</i></p>  <p><i>Imagen 14: Estudiantes realizando guía de trabajo individual</i></p>	<p>Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva</p> <p>[Se acerca una estudiante al escritorio a realizar preguntas acerca del taller que está resolviendo]</p> <p>E: ¿yo como hago para saber cuál es con coseno y cual con seno?</p> <p>P: Así: Digamos que usted toma este [señalando el triángulo del taller] lado, lado y ángulo, acá: ángulo, ángulo y lado [señalando el segundo triángulo y escribiendo en su hoja las iniciales AAL] así ya miramos que caso es.</p> <p>P: Por ejemplo, este lado, lado, ángulo, este es el caso número dos, y este que es lado, lado y ángulo es el caso número uno [señalando en el tablero]</p> <p>P: Estos, primero hay que hacer dibujo. Por ejemplo, acá nuevamente tengo ángulo, ángulo y lado, otra vez sería... [Escribe en la hoja las iniciales LAL y ley de senos]</p> <p>P: Ya con esto, usted los representa mediante un dibujo</p> <p>(Buitrago, 2016, p.30)</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017

La transcripción anterior, así como las imágenes permitieron observar que en la visión retrospectiva el docente realizaba orientación desde su escritorio, esto permitió interpretar que al no realizar un monitoreo por el aula, no le fue posible identificar inquietudes en los

procedimientos realizados por los estudiantes y así dar instrucciones claras sobre el proceso que debían llevar a cabo para dar solución a la actividad y así regular el aprendizaje, ya que no prestaba orientación a todos los estudiantes, sino, solo a los que se acercaban a solicitar algún tipo de explicación. Igualmente, como actividad de cierre no promovía socialización o validación de resultados, sino, que se limitaba a solicitar el cuaderno con los ejercicios propuestos, sin presentar características de la indagación como la planeación de clase abierta y participativa o la evaluación de propuestas, como se evidenció durante la implementación de la unidad didáctica.

Igualmente, desde la visión retrospectiva, se observó que el docente como evidencia del aprendizaje, recogió un producto final sin favorecer un espacio de autoevaluación y coevaluación de la actividad que propiciara acciones de regulación del aprendizaje, como una “retroalimentación directa o relativa a los problemas o incomprensiones de los estudiantes durante la solución de los problemas propuestos” (Bustos, 2011, p. 60), que los llevara a generar o probar sus hipótesis.

Lo anterior permitió realizar un análisis entre la interpretación de la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica, con su visión retrospectiva y referentes teóricos, para establecer que mostró apropiación de la metodología de la indagación en su práctica de enseñanza, interpretada a partir de la categoría *secuencia didáctica* a través de la subcategoría orientación explícita de la actividad, al implementar la unidad didáctica mediante situaciones problema que llevaron al estudiante a plantear soluciones que posteriormente fueron socializadas y validadas en la clase.

Dicha apropiación integró características nuevas en el quehacer del docente, al planear actividades desde la unidad didáctica, que le permitieron tener en cuenta que una enseñanza por indagación es aquella “centrada en el alumno, en donde el docente orienta la construcción de

conocimientos científicos en el alumnado a través de actividades concretas” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 87).

Los índices registrados en la Tabla 9, muestran que la orientación explícita de la actividad, fue una de las subcategorías que no presentó índices porcentuales de coocurrencia en 0%, permitiendo inferir así, que el docente mostró de manera recurrente, intervenciones en el desarrollo de la clase durante la solución de la situación problema planteada

No obstante, se observan unos ítems, con menor porcentaje, interpretándose así, que faltó fortalecer más algunos aspectos, como por ejemplo el ítem 1C-7, que mostró que el docente no dio suficientes instrucciones claras para intercambiar opiniones y presentar explicaciones, fase de integración de la indagación práctica, IN-11, ya que estas acciones se dieron de manera autónoma entre algunos de los estudiantes. Lo que lleva a decir que mostró mayor intervención en acciones como: la evaluación de las propuestas, facilitando y regulando el aprendizaje.

Lo cierto es que, aunque se hallan planeado actividades que posibilitaran acciones para llevar a cabo las situaciones propuestas en los ítems de la subcategoría 1C, orientación explícita de la actividad, en la práctica no pudieron ser observadas de manera muy relevante, lo que quiere decir que, estuvieron presentes durante la implementación de la unidad didáctica, pero el desarrollo de la clase fortaleció más el ítem analizado con mayor porcentaje.

#### **4.1.3. El docente como guía.**

Para el análisis de la subcategoría el docente como guía, la cual se refiere a las acciones de interacción y retroalimentación del docente a los estudiantes “en un diálogo permanente ejemplificando los conceptos con situaciones de la vida diaria y señalando la relevancia de su aprendizaje” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 92), se analizaron los datos de la Tabla 12.



Tabla 12

*Subcategoría el docente como guía*

Indagación práctica		1D El docente como guía	
	Ítems	1D-9 El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase	1D-10 El docente promueve estrategias que promueven la socialización de resultados
	Código		
Construcción de significados	EX-5	0,03	0,07
Exploración de conocimientos previos	HD-2	0,02	<b>0,21</b>
Construcción conjunta de significados	IN-10	0,12	0,13
Evaluación de la propuesta	RE-12	0,07	0,19

Fuente: Elaboración propia, 2017.

De la Tabla 12 se observa como en el ítem 1D-10, que hace referencia al actuar del docente donde hizo preguntas que llevaron a la comparación, síntesis, interpretación y evaluación, entre otros; representaron el mayor porcentaje de apropiación de la metodología de la indagación, con un 21%, en la práctica del docente, articulado en los momentos de la clase donde realizó procesos de interacción, que le permitieron la exploración de conocimientos previos, HD-2, fase hecho desencadenante de la indagación práctica, de los estudiantes y que posteriormente integró a los nuevos saberes, asimismo, favoreció espacios para proponer solución a la situación problema planteada, mediante un proceso de diálogo que evidenciaron estrategias del docente para promover la socialización de resultados.

De aquí, que la acciones donde promovió preguntas, secundaron que las actividades realizadas por los estudiantes fueran comprendidas y así el saber a enseñar se fue construyendo de manera conjunta que ayudaron a ver las relaciones entre lo aprendido y su contexto.

Al mismo tiempo se pudo interpretar que al igual que en los análisis anteriores, el docente en el proceso de interacción con los estudiantes utilizó como estrategia recurrente, el uso de preguntas. Siendo esta estrategia una característica de la enseñanza de la metodología de la



indagación, como lo señala Harlen (2012), quien propone que “el preguntar sirve para generar evidencia sobre los procedimientos realizados e involucra a los estudiantes en expresar y comunicar su comprensión y habilidades en el desarrollo de nuevas ideas” (p. 41).

El mismo autor manifiesta también que “el preguntar ocupa una gran parte de la conversación de los profesores y es uno de los factores más importantes en la determinación de las oportunidades de los estudiantes para el desarrollo de la comprensión a través de la indagación” (Harlen, 2012, p. 45), teniendo presente que no es la frecuencia de las preguntas lo que importa, sino, su intención y contenido, de acuerdo al contexto en que se desarrolla la actividad, en este caso para la exploración de conocimientos previos que propiciaron la socialización de resultados.

A continuación, en la Tabla 13 se puede observar que el docente utilizó el uso recurrente de preguntas para que socializaran un procedimiento, a su vez los orientó para establecer saberes previos para la solución de la situación problema.

Tabla 13

*Imágenes y fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p><i>Imagen 15: Docente respondiendo a inquietudes de los estudiantes</i></p>	<p>(Se observa entre los estudiantes una discusión sobre lo que debe ir en el diseño.)</p> <p>E: O sea que tampoco se puede hacer el kiosco, se hacen solo las piscinas.</p> <p>E2: No eso no lo meta ahí. Eso no tiene que ver nada ahí.</p> <p>P: ¿Las piscinas que vienen representando en el kiosco?</p> <p>E: El kiosco sería como el triángulo. (El docente asiente que si con la cabeza) una es la hipotenusa y las otras piscinas serían los catetos.</p> <p>P: Exactamente. ¿Entonces con que lo van a solucionar?</p> <p>E: Sería como lo que usted nos enseñó al principio. (La estudiante realiza la figura de un triángulo al aire con sus manos, dando explicación al docente)</p> <p>P: Por eso ¿cómo?</p> <p>E: con el teorema de Pitágoras.</p> <p>P: Exactamente. (Buitrago, 2107a, p.29)</p>
 <p><i>Imagen 16: Docente interactuando en la construcción de significados</i></p>	

Fuente: Elaboración propia, 2017.

Se observa desde la transcripción anterior que el docente utilizó como estrategia el uso intencionado de las preguntas, para explorar en ellos los conocimientos previos necesarios, para promover la socialización de resultados de la solución planteada. Este tipo de interacciones fue una estrategia utilizada en la retroalimentación y orientación hacia la comunicación de los resultados obtenidos por parte de los estudiantes, donde el docente se centró en guiar y acompañar de una manera adecuada para lograr el mejor resultado de su participación explorando y activando sus conocimientos previos (Bustos, 2011). De esta manera y articulado



con la fase de institucionalización de Brousseau, el docente juega “un papel esencial en el proceso de transformación de los conocimientos en saberes” (Sadovsky, 2005, p.13).

El análisis de las acciones mostradas por el docente en el aula al implementar la unidad didáctica, que permitieron interpretar la práctica del investigador y evidenciar la apropiación de características de la metodología de la indagación en su praxis, no lograron ser observadas en su visión retrospectiva.

El siguiente fragmento de transcripción y las imágenes de la Tabla 14, muestran al docente realizando ejemplos del tema a trabajar, sin favorecer acciones de comunicación e interacción entre los estudiantes, además no presentó el tema como una situación problema que los llevara a plantear soluciones que posteriormente pudieran socializar.

Tabla 14

*Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
 <p><i>Imagen 17: Docente realizando transmisión de contenidos</i></p>  <p><i>Imagen 18: Estudiante reproduciendo ejemplo visto en clase</i></p>	<p>P: En conclusión, esta sería la fórmula de ley de senos. [El docente encierra en una nube la anterior fórmula]</p> <p>P: Entonces, si yo tengo un triángulo rectángulo para solucionarlo, lo debo solucionar con esto. [Señala a los estudiantes las tres razones trigonométricas que se encuentran escritas en el tablero]</p> <p>P: ¿Recuerdan?</p> <p>ET: sí</p> <p>P: triángulo rectángulo lo solucionamos con esto. [Escribe a al lado izquierdo de las tres razones trigonométricas separando con una llave ({} ) razones trigonométricas]. Razones trigonométricas y había otro concepto.</p> <p>P: ¿Cuál es el otro?</p> <p>(Mientras espera respuesta de los estudiantes)</p> <p>[Escribe en el tablero, teorema de Pitágoras].</p> <p>(Buitrago, 2016, p. 8)</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017

La transcripción anterior permitió interpretar que después de realizar los ejemplos, asignó ejercicios en tablero para que los estudiantes resolvieran y luego entregaran el cuaderno como evidencia de su aprendizaje, presentando la enseñanza de “manera tradicional o algorítmica que se ha implementado a lo largo de los años” (Osorio, Gil, Gómez, Romero y Iglesias, 2013, p. 3), donde se realiza una transmisión de contenidos, sin permitir al estudiante la construcción conjunta de significados que le permitan la comprensión del objeto matemático enseñado.

Entonces, el análisis entre la interpretación de la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras, con su visión retrospectiva y los referentes teóricos, permitieron observar una apropiación de la metodología de la indagación por parte del docente, a partir de la categoría *secuencia didáctica* a través de la subcategoría el docente como guía, al realizar la exploración de conocimientos previos y promover estrategias para la socialización de resultados.

Para finalizar este análisis de la *secuencia didáctica* y tomando como base que existe un proceso por parte del docente investigador “capaz de reflexionar acerca de su quehacer y transformarlo para su mejora, generando a su vez un conjunto de conocimientos y creencias que guían su quehacer en el aula” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 87), y evidenciar una transformación entre su visión retrospectiva y su práctica durante la implementación de la unidad didáctica, observándose acciones recurrentes donde llevó al aula de manera didáctica la enseñanza del teorema de Pitágoras, fundamentado en la metodología de la indagación y articulada con las situaciones didácticas de Brousseau, se pudo establecer que al proponer las actividades a través de una situación problema, permitió a los estudiantes la participación activa, la exploración de conocimientos previos y la búsqueda de información relevante, favoreciendo el desarrollo autónomo de sus ideas para la evaluación de las propuestas de solución. Logrando la

apropiación de características de la metodología de la indagación en su práctica docente desde la categoría *secuencia didáctica*, lo que le permitió desde la planeación, organizar y secuenciar actividades que favorecieron la participación activa de los estudiantes, así como un rol de facilitador y guía, acompañándolos en su proceso y ofreciendo las orientaciones necesarias que debían llevar a cabo.

Si se tiene en cuenta que los índices mostrados en la Tabla 12, que muestran índices porcentuales de coocurrencia cercanos a 0%, que representan aquellas acciones del docente, donde su intervención en el desarrollo de la clase no fue tan relevante como la observada en el ítem analizado anteriormente, durante la implementación de la unidad didáctica, precisa advertir que, la actividad favoreció más el desarrollo de unos aspectos que otros.

Como por ejemplo el ítem 1D-9, que mostró que el docente no institucionalizó el saber del contenido desarrollado en la clase, durante la exploración de los conocimientos previos, fase hecho desencadenante de la indagación práctica, HD-2, ya que desde la transcripción y codificación se observó que, al realizar esta actividad, les dijo que al final de la clase retomaban los conceptos para establecer su definición formal. Es decir, exploró los saberes de los estudiantes con una dinámica que consistió en tomar una ficha de una bolsa y que ellos debían definir, pero no institucionalizó dichos conceptos. Ya que se centró más en promover la socialización de resultados obtenidos con la actividad.

Puede afirmarse que, en la planeación de las tres sesiones de clase de la unidad didáctica se esperaba observar en las actividades, acciones que posibilitaran llevar a cabo el desarrollo de características de la indagación propuestas en los ítems de la subcategoría el docente como guía, no obstante, no pudieron ser observadas de manera coocurrente como el ítem con mayor porcentaje analizado.

## 4.2. Competencia Científica

La *competencia científica* se refiere en esta investigación a la apropiación del saber disciplinario y didáctico que el docente adquirió para la enseñanza del teorema de Pitágoras, que le permitieron un lenguaje más apropiado para el desarrollo del conocimiento en los estudiantes, relacionada con la pregunta ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? planteada por González-Weil *et al.* (2012), fue analizada desde dos subcategorías: Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares; para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación por parte del investigador en su práctica docente.

A continuación, se presenta el análisis de las subcategorías, para las cuales se tuvo en cuenta las frecuencias de coocurrencia, entendidas como el índice porcentual de apropiación de la metodología de la indagación en las acciones del docente, con mayor porcentaje, considerados los más relevantes y que se muestran en las Tablas 15 y 18.

No obstante, en los resultados se muestran datos que arrojaron porcentajes de 0% o cercanos a este valor entre algunos ítems, y que, en esta investigación, se entienden como aquellas acciones donde el investigador presentó escasa intervención en algunos aspectos referentes a la metodología de la indagación en su práctica docente al implementar la unidad didáctica.

### 4.2.1. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

Para el análisis de la subcategoría promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, que se refiere al “quehacer científico como formular y resolver problemas promoviendo el desarrollo de una actitud crítica y rigurosa” (González-Weil *et al.*, 2012, p.89), que se logra mediante el traspaso progresivo del control de la actividad del docente a los estudiantes y favorece la

“construcción progresiva de significados compartidos, la cual se remite a las diversas formas que profesor y estudiantes presentan, representan, elaboran y reelaboran las representaciones que tienen sobre el contenido desarrollado en la actividad” (Bustos, 2011, p.29), se tuvieron en cuenta los datos presentados en la Tabla 15.

Tabla 15

*Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría promoción de conocimientos, capacidades y actitudes*

Indagación práctica		2A Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes							
	Ítems Código	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2A-15	2A-16	2A-17	2A-18
Aporte individual de ideas	EX-8	0,06	0,06	0,08	0,07	0,02	0,02	0,05	0,23
Exploración de conocimientos previos	HD-2	0,05	0,02	0,17	0	0,01	0,01	0,18	0,01
Integrar información, opiniones, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas	IN-11	<b>0,33</b>	0,08	0,17	0,08	0,02	0,07	0,06	0,13
Confirmación y análisis de la explicación	RE-13	0,05	0,09	0,07	0,06	0	0,01	0,04	0,14

Fuente: Elaboración propia, 2017.

2A-11: Responde a inquietudes con preguntas orientadoras y retadoras.

2A-12: La respuesta es coherente con las inquietudes de los estudiantes.

2A-13: Plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación.

2A-14: Permite la argumentación acerca del proceso llevado a cabo.

2A-15: Aplica estrategias que permiten la articulación de los saberes previos con los nuevos.

2A-16: Solicita explicación sobre los procesos realizados.

2A-17: El lenguaje disciplinar utilizado es apropiado para el desarrollo del saber.

2A-18: Evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan y modelizan el aprendizaje.



De la Tabla anterior se observa como el ítem 2A-11, representó el mayor porcentaje de apropiación de la metodología de la indagación, con un 33%, en la práctica del investigador, que se refiere al actuar del docente en el aula donde intervino en el proceso y no ofreció respuestas inmediatas a las inquietudes de los estudiantes, sino, que los invitó mediante nuevas preguntas orientadoras y retadoras que posibilitaron “a los estudiantes encontrar las evidencias necesarias para identificar el error, y de esta manera llegar a la respuesta de manera constructiva” (González- Weil, *et al.*, 2012 p. 97 ), al realizar intercambio de opiniones, presentar explicaciones y ofrecer soluciones explícitas, IN-11, fase de integración de la indagación práctica, durante la implementación de la unidad didáctica.

Cada una de las sesiones de la unidad didáctica fueron planeadas teniendo en cuenta las fases de comunicación y validación, que permitieron analizar y evidenciar, espacios de interacción donde el docente solicitó a los estudiantes la explicación sobre los procesos llevados a cabo para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por ellos, en este diálogo e interacción con otros, los estudiantes “llegan a un entendimiento compartido de ideas que podrían no haber alcanzado por si solos” (Harlen, 2013, p.15). Estas intervenciones favorecieron en ellos, la construcción sobre otras ideas, apoyados en la orientación del docente donde respondió a las inquietudes con preguntas orientadoras y retadoras.

En la Tabla 16 se presenta un fragmento de transcripción e imágenes, que muestran el uso de preguntas en el aula en un proceso de diálogo que favorecieron la construcción de significados sobre las ideas de los estudiantes, integrando la información obtenida, permitiendo así “mantener la comprensión y participación de los alumnos en la actividad conjunta, a la vez que se les ayuda a progresar hacia una representación más rica y más compleja de los contenidos” (Bustos, 2011, p. 29).

Tabla 16

*Imágenes y fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
	<p>P: Ahora, ¿Qué criterios debo tener en cuenta para aplicar el teorema de Pitágoras?</p> <p>Es decir, yo les repartí una situación problema, les voy a plantear nuevas situaciones problemas. ¿Cómo sé que yo puedo aplicar el teorema de Pitágoras?</p> <p>E: Cuando le dan a usted un triángulo rectángulo y le pueden dar un valor para que usted halle los otros dos.</p>
	<p>P: En este caso, en esta situación. ¿Cuántas soluciones había para el diseño que pedía el constructor?</p> <p>E: Varias.</p> <p>P: Varias. Demostramos que en este momento hay tres diseños diferentes. Pero puede haber más. ¿De qué dependía?</p> <p>E: Del valor que se le podía asignar a uno de los lados correspondientes.</p>
	<p>P: Ahora sí, la pregunta es: ¿Cuál fue el concepto que trabajamos?</p> <p>Et: El teorema de Pitágoras.</p> <p>P: ¿Qué establece que? ¿El concepto que trabajamos cual fue?</p> <p>E: “Que en todo triángulo rectángulo la suma del área o la suma de los cuadrados de los catetos va a ser igual al área de la hipotenusa”</p> <p>P: ¿Y cuál fue la expresión matemática que utilizamos ahí? (Se observa al docente invitar a los estudiantes pasar al tablero a escribir la expresión)</p> <p>E: Yo. (El docente le pasa un marcador a la estudiante quien escribe en el tablero la siguiente expresión:</p>

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (\text{Buitrago, 2017, p.41})$$

Fuente: Elaboración propia, 2017

El fragmento de transcripción anterior y las imágenes mostraron el momento en donde el docente solicitó a los estudiantes información sobre el proceso realizado para la solución de la actividad, la cual consistió en determinar el valor de los catetos de un triángulo rectángulo conociendo el valor de la hipotenusa, acción en la cual realizó la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes mediante “dinámicas centradas en los alumnos, los cuales organizados de manera grupal y guiados por el docente, leen y resuelven problemas” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 99), integrando esta información en la construcción de significados y orientándolos a la generación de nuevas ideas con el uso recurrente de preguntas. Además, brindó las explicaciones pertinentes que favorecieron la comprensión y desarrollo de la situación planteada.


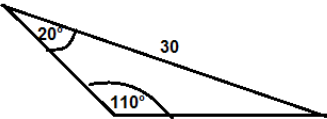

Asimismo, de la transcripción se observó la participación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje, de interacción y diálogo con el docente, articulado con las fases de validación e institucionalización propuestas por Brousseau, donde ellos no solo presentaron sus ideas, sino, que también construyeron conocimiento a partir de las propuestas de sus compañeros y finalmente integraron información construida en conjunto (Sadovsky, 2005).

En este proceso de interacción permanente durante la clase, el docente mostró características de la metodología de la indagación, vinculadas en su práctica al “formular preguntas de diferentes tipos, desde aquellas que demandan sólo recordar, hasta preguntas desafiantes, que requieren de elaboración y creatividad” (González-Weil, *et al.*, 2012, p. 92) y que favorecieron en el estudiante el intercambio de opiniones. Características que no se observaron en la visión retrospectiva, en ésta, no permitió el intercambio de opiniones y la construcción de significados, las acciones en el aula estaban encaminadas a facilitar la conceptualización del contenido a trabajar, realizando ejemplos y luego asignando ejercicios. Por lo tanto, no favoreció espacios de

validación y mucho menos de institucionalización del saber, lo que no propició una construcción conjunta de significados, como se observa en la Tabla 17.

Tabla 17

*Imágenes y fragmento de transcripción de la visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
	<p>[El docente escribe en el tablero lo siguiente]</p> <p>Ley de senos</p> $\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$ <p>Caso #1 cuando conozco dos ángulos y un lado (AAL)</p> <p>Caso #2 cuando conozco dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos. (LLA)</p> <p>P: En resumen, estas serían las claves para identificar cuando debemos utilizar ley de senos.</p> <p>[EL docente escribe en el tablero]:</p> <p>EJEMPLO</p> <p>Solucionar el siguiente triángulo [dibuja el siguiente triángulo, al cual le ubica unos valores quedando así]</p> 
	<p>P: ¡Listo! Solucionar el siguiente triángulo es hallar el valor de: Tres ángulos y tres lados que tiene cada ángulo. Ahora miremos. Yo ubico las letras A, B y C en el orden que yo quiera, no tiene pues importancia. Lo importante es que usted sepa ubicar que a cada ángulo le corresponde un lado con la misma letra. Vamos a suponer que este es A, este es B y este es C. [escribiendo las letras en el triángulo dibujado anteriormente para el ejemplo] (Buitrago, 2016, p.9).</p> <p>Después de realizar y explicar el procedimiento del ejemplo. El docente asigna ejercicios y posteriormente una guía de trabajo.</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017

La anterior transcripción, así como las imágenes permitieron observar e interpretar que en la visión retrospectiva el docente no presentó características de la metodología de la indagación, como iniciar la clase con exploración de saberes previos o realizar un planteamiento del problema contextualizado. Contrario a esto se observa de la transcripción, que inició escribiendo la expresión matemática en el tablero, luego realizó un ejemplo de cómo utilizar dicha expresión y posteriormente asignó ejercicios como estrategia de ejercitación, pero no involucró a los estudiantes en la construcción de los conocimientos.

Del análisis anterior, se pudo inferir que la interpretación de la práctica docente realizada a partir de la triangulación durante la implementación de la unidad didáctica, con su visión retrospectiva y referentes teóricos mostraron apropiación de la metodología de la indagación en su práctica de enseñanza, interpretada a partir de la categoría *competencia científica* a través de la subcategoría promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, al presentar el teorema de Pitágoras mediante situaciones problema contextualizadas que llevaron al estudiante a intercambiar opiniones, construir conocimiento y ofrecer soluciones explícitas.

Dicha apropiación integró características nuevas en el quehacer del docente, al vincular la enseñanza y el aprendizaje a través de la indagación en “un proceso complejo en el cual se vinculan interactivamente el conocimiento y la comprensión y las habilidades de recoger y utilizar la evidencia... para probar ideas que puedan ayudar a explicar el saber que está siendo estudiado” (Harlen, 2013, p.14).

Se ha dicho, que los datos de 0% en los índices porcentuales de coocurrencia o cercanos a este valor entre algunos ítems, representan aquellas acciones del docente, donde su intervención no mostró tanta relevancia como la observada en el ítem analizado con mayor porcentaje, son por ejemplo el ítem 2A-15, que mostró que el docente no integró los saberes previos con el nuevo

aprendizaje en la fase de resolución, confirmación y análisis de la explicación de los resultados, RE-13, ya que desde la transcripción y codificación se observó que, el desarrollo de la actividad propició mayores espacios donde el docente centró su intervención en responder inquietudes con preguntas orientadores que llevaron al estudiante a ofrecer soluciones explícitas.

No obstante, durante la implementación de la unidad didáctica, se esperaba observar en el desarrollo de las actividades de manera relevante la mayoría de las características propuestas en los ítems de la Tabla 15. Pero tanto la intervención del docente como la de los estudiantes, favorecieron más unos aspectos que otros concluyéndose así que el desarrollo de la clase fortaleció más el ítem con mayor porcentaje analizado.

Por eso, los índices porcentuales de coocurrencia en 0% o cercanos a este valor mostrados en las Tablas de cada Subcategoría fueron tenidos en cuenta para proponer algunas recomendaciones necesarias para una futura implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras.

#### **4.2.2. Enseñanza de las competencias disciplinares.**

Para el análisis de la subcategoría enseñanza de las competencias disciplinares, que hace referencia a la capacidad que tiene el docente de llevar el conocimiento disciplinar del teorema de Pitágoras al aula, teniendo presente que, “entre más fuerte sea el dominio que tiene de su disciplina específica, mayor será su capacidad de enseñarla” (MEN, 2013, p.20). a través de “situaciones reales de enseñanza con sus estudiantes, organizados de diferentes maneras dentro del aula, poniendo en práctica creatividad y pensamiento crítico para desarrollar prácticas de planeación, didácticas y evaluativas” (MEN, 2013, p.20), se tuvieron en cuenta los datos presentados en la Tabla 18.

Tabla 18

*Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría enseñanza de las competencias disciplinares*

Indagación práctica		2B Enseñanza de las competencias disciplinares				
	Ítems	2B-19	2B-21	2B-22	2B-23	2B-24
	Código	Plantea estrategias para que conceptualicen a partir de los procesos realizados	Diseña actividades para generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas	Las actividades realizadas son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes	Promueve el interés por la clase, la atención y la participación con preguntas	Promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados
Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	0,02	0,03	0,01	0,15	0,04
Exploración de conocimientos previos	HD-2	0,07	0	0,01	<b>0,25</b>	0,13
Construcción conjunta de significados	IN-10	0,03	0,01	0,02	0,11	<b>0,22</b>
Evaluación de la propuesta	RE-12	0,02	0	0,02	0,08	0,18

Fuente: Elaboración propia, 2017.

De la Tabla 18 se observa como los ítems 2B-23, que se refiere al actuar del docente en el aula donde promovió el interés de los estudiantes por la clase al proponer diversas preguntas que generaron un ambiente de diálogo, análisis y reflexión permanente que favorecieron el desarrollo de competencias matemáticas propias del teorema de Pitágoras, con un 25%, y 2B-24, que se refiere a las actuaciones donde hizo preguntas que condujeron a los estudiantes en la socialización de resultados, con un 22%, mostraron la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del investigador durante la implementación de la unidad didáctica cuando realizó durante la enseñanza del teorema de Pitágoras la exploración de conocimientos previos necesarios para la comprensión del saber, fase hecho desencadenante, HD-2, y

posteriormente llegar a la construcción conjunta de significados con los estudiantes, fase de integración, IN-10, de la indagación práctica.

Desde la planeación de la unidad didáctica, el docente diseñó estrategias, como la formulación recurrente de preguntas que favorecieron “activar, los intereses, la motivación y las estrategias de autorregulación” (Bustos, 2011, p. 89), de los estudiantes, ayudándolos a recordar sus saberes previos, además, promovieron la actuación del docente como guía y orientador en la enseñanza, para la construcción conjunta de significados.



En la Tabla 19 se presenta un fragmento de transcripción e imágenes, donde se muestra que el docente mediante el uso de preguntas, realizó exploración de conocimientos previos, en los estudiantes, que favorecieron a la vez la construcción de significados compartidos, siendo esta una estrategia “esencial para los estudiantes, ya que les permite interpretar las acciones de los otros e intervenir ellos mismos adecuadamente en la actividad” (Bustos, 2011, p. 157).

Acciones como esta, favorecieron la búsqueda de información que sirvieron de base para buscar soluciones a la situación planteada y que fueron socializadas luego en el grupo.



Tabla 19

*Imágenes y fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p><i>Imagen 24: Docente realizando exploración de conocimientos previos</i></p>	<p>Et: (Grupo de varios estudiantes)</p> <p>P: ¿Qué se necesitaría saber para identificar que es una hipotenusa?</p> <p>E: Catetos. (en ese momento algunos compañeros aplauden entre risas, y se escucha a otro diciendo “eso”)</p> <p>P: ¿Cateto? ¿Adivinó? o ¿Entendió con la definición que el hizo?</p> <p>Et: Adivinó.</p> <p>P: ¿En dónde se utiliza ese término?</p> <p>E: Ah, cateto</p> <p>P: Si, cateto.</p> <p>E: En el teorema de Pitágoras</p> <p>P: ¿y se refiere a que tipo?</p> <p>E: A las dos líneas cortas</p> <p>P: ¿de?</p> <p>E: De un triángulo, o sea, porque según Pitágoras, la hipotenusa es el más largo y los dos que quedan son los catetos.</p> <p>P: ¿En cualquier triángulo?</p> <p>E: Sí.</p> <p>Et: No. En un triángulo rectángulo.</p> <p>P: ¿Qué condiciones debe tener el triángulo?</p> <p>E: Que sea rectángulo. Que tenga un ángulo de 90 grados.</p> <p>P: Eso. Entonces quedaría más completa la definición que él da, Que son aquellos lados que forman 90 grados en un triángulo rectángulo. ¡Cierto! ¿Cómo se llaman esos lados?</p> <p>Et: Catetos. (Buitrago, 2017, p.9)</p>
 <p><i>Imagen 25: Estudiante participando en la exploración de conocimientos previos</i></p>	

Fuente: Elaboración propia, 2017

La transcripción permitió observar acciones del docente, encaminadas a la exploración de conocimientos previos necesarios para articular al teorema de Pitágoras, a través del uso de preguntas que guiaron al estudiante a la comprensión de dichos conceptos y que permitió en ellos la construcción de significados y la socialización de los resultados obtenidos en la solución a la situación problema planteada en la unidad, la cual consistió en determinar los posibles valores de los catetos de unas piscinas construidas sobre los lados de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa debía medir 25 metros.

La participación del docente presentó características de la metodología de la indagación que favoreció en los estudiantes estar involucrados en expresar y comunicar sus resultados a través del diálogo en el aula, iniciado por preguntas abiertas y centradas en la persona, apoyado en que, las preguntas centradas en la persona piden las ideas de los estudiantes (Harlen, 2013).



Este proceso de diálogo en el aula, donde promovió preguntas para la socialización y participación de los estudiantes, no se observaron en la visión retrospectiva, en ésta no se realizó exploración de conocimientos previos antes ni durante el desarrollo de la clase, ya que al iniciar las actividades, presentó la expresión matemática y realizó ejemplos, sin desarrollar el saber matemático mediante situaciones problemas que llevaran al estudiante a articular dichos conocimientos previos con los nuevos, y a procesos de interacción y diálogo con sus pares o el docente, que favorecieran la construcción conjunta de significados.

Como se puede observar en la Tabla 20 donde después de realizar ejemplos en el tablero asignó una guía de trabajo, la cual apropió relevancia según su intención, en este caso como estrategia de ejercitación, pero no alude a características propias de la metodología de la indagación, desarrollada en esta investigación. Además, no realizó monitoreo ni propició los espacios de interacción entre los estudiantes que promovieran el trabajo en equipo. De igual

manera las preguntas que realizó para orientar a los estudiantes fueron de respuesta inmediata; es decir, poco orientadoras y retadoras para ellos.

Tabla 20

*Imágenes y fragmento de transcripción visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
 <p><i>Imagen 26: Docente esperando a responder inquietudes de los estudiantes</i></p>  <p><i>Imagen 27: Docente respondiendo a inquietudes desde su escritorio</i></p>	<p>[Se observa al docente sentado en el escritorio, mientras los estudiantes realizan guía de trabajo]</p> <p>[Una estudiante se acerca hasta el escritorio]</p> <p>E: ¿Acá se le pone el ángulo?</p> <p>P: ¿Este es A? [El docente señalando el triángulo]</p> <p>E: ¿Cómo?</p> <p>P: ¿Este es A?</p> <p>E: sí</p> <p>P: ¿Y dónde va a poner B?</p> <p>[La estudiante señala en el triángulo y escribe la letra B y el docente asiente afirmativamente con la cabeza]</p> <p>E: ¿Entonces se saca esto? [Señalando en el tablero]</p> <p>P: No, pero primero tiene que identificar si es con seno o con coseno. [Señalando las formulas en la guía de taller]</p> <p>P: ¿Cómo lo hace?</p> <p>P: Aquí conoce un lado, aquí conoce el otro lado y acá conoce un ángulo</p> <p>P: En este ejercicio tenemos lado, lado ángulo.</p> <p>P: ¿Dónde está allá lado, lado y ángulo? [Señalando en el tablero]</p> <p>E: caso 1</p> <p>P: No, pero ese es lado, ángulo, lado, ahí el ángulo está en la mitad</p> <p>E: ¡ah, caso 2! [El docente asiente con la cabeza afirmando]</p> <p>P: Eso, este sería caso # 2 ¿pero de qué?</p> <p>P: de la ley de senos, o sea que este, es con la ley de senos [Escribiéndole seno encima del triángulo que está en la guía]</p> <p>(Buitrago, 2016, p. 29)</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017

La transcripción anterior, así como las imágenes permitieron interpretar que el docente en su visión retrospectiva no promovió en los estudiantes de manera conjunta el interés, la atención o la participación, para la solución o elección y búsqueda de información relevante, puesto que solo asignó ejercicios y se sentó en el escritorio a esperar para responder a inquietudes de manera individual a quien se acercó a él, en las intervenciones realizó preguntas poco retadoras que los llevara a una buena comprensión de la actividad.

Además, se pudo observar que, al quedarse en su escritorio como si desconociera la importancia de un monitoreo constante para identificar inquietudes y regular el aprendizaje, no propició espacios de interacción que le permitiera iniciar la clase de manera abierta y participativa, característica de la indagación práctica, y así realizar exploración de conocimientos previos u orientarlos en las intervenciones a una construcción conjunta de significados, tampoco promovió la socialización de resultados, ya que al final de la clase, simplemente recogió la guía de trabajo asignada para revisarla como producto de evidencia de aprendizajes.

El análisis entre la interpretación de la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica, con su visión retrospectiva y referentes teóricos, permitió mostrar la apropiación de la metodología de la indagación en su práctica de enseñanza, interpretada a partir de la *competencia científica* a través de la subcategoría enseñanza de las competencias disciplinares.

Paralelamente el análisis llevó a establecer que al presentar actividades mediante situaciones problema contextualizados, que permitieron la exploración de conocimientos previos y la construcción de significados a través de la formulación de preguntas por parte del docente, propiciaron espacios de participación donde se “consideran a los estudiantes protagonistas

activos del proceso educativo y reconocen la diversidad de estudiantes y contextos en que se produce el fenómeno del aprendizaje” (González-Weil, *et al.*, 2012, p. 96).

Por lo expuesto anteriormente se pudo inferir que el docente investigador mostró apropiación de la metodología de la indagación en su práctica docente desde la categoría *Competencia Científica*.

Dicha apropiación en el investigador le permitió desde la planeación organizar y secuenciar actividades que favorecieran la participación activa de los estudiantes, a la vez que respondió a sus inquietudes con preguntas orientadoras, que permitieron la socialización de resultados, así como el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación.

Queda por aclarar que los índices mostrados en la Tabla 18, que arrojaron datos de 0% en los índices porcentuales de coocurrencia o cercanos a este valor, por ejemplo, el ítem 2B-21, que alude a que el docente diseña actividades que permitieran a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas, con las fases, hecho desencadenante, exploración de conocimientos previos, HD-2, y de resolución, evaluación de la propuesta, RE-12, no pudieron ser observadas durante la implementación de la unidad didáctica, ya que desde la transcripción y codificación se observó que en el desarrollo de las actividades, el docente presento mayor intervención en promover el interés por la clase, la atención y la participación a través de preguntas que condujeron a los estudiantes a la socialización de resultados.

#### **4.3. Interactividad**

La *interactividad*, entendida en esta investigación como aquellos momentos en los que se evidenció alguna interacción o intercambio de información o saberes entre estudiantes y docente a través de los cuales se desarrolló el conocimiento, tales como: saberes previos, formulación de preguntas, relacionándolo con su entorno y la cotidianidad, utilizando situaciones problema. Se

vio reflejado en la clase cuando el docente verificó el trabajo que estaban haciendo los estudiantes y al momento de socializar los resultados. Esta categoría está relacionada con la pregunta ¿Qué características tiene la interacción profesor-alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? planteada por González-Weil (2012), fue analizada desde las subcategorías: Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes. Para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación por parte del investigador en su práctica docente.

A continuación, se presenta el análisis de las subcategorías mencionadas anteriormente, para las cuales se tuvo en cuenta las relaciones de coocurrencia con mayor porcentaje, entendidas como el índice porcentual de apropiación de la metodología de la indagación en las acciones del docente, considerados los más relevantes y que se muestran en las Tablas 21 y 24.

#### **4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.**

Para el análisis de la subcategoría proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, la cual es entendida como la “relación simétrica en lo normativo entre el docente y los alumnos, al compromiso que presentan hacia el aprendizaje, y por el traspaso de autonomía desde el docente hacia el alumno a medida que transcurre la clase” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 89), se analizaron los datos de la Tabla 21.

Tabla 21

*Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes*

Indagación práctica	3A Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes			
	Ítem Código	3A-25 Favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula	3A-26 Utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo	3A-27 Posibilita la construcción compartida de significados
Construcción de significados	EX-5	0,03	0	0,13
Exploración de conocimientos previos	HD-2	0,07	0,01	0,13
Construcción conjunta de significados	IN-10	0,33	0,01	<b>0,68</b>
Evaluación de la propuesta	RE-12	0,22	0,01	0,21

Fuente: Elaboración propia, 2017.

De la Tabla anterior se observa como el ítem 3A-27, que se refiere al actuar del docente cuando guió a los estudiantes en las dificultades que se presentaron al desarrollar la actividad en un proceso de interacción y diálogo que posibilitó la construcción compartida de significados, representó el mayor porcentaje de apropiación de la metodología de la indagación en su práctica, con un 68%, al propiciar espacios de trabajo colaborativo entre los estudiantes, que favorecieron la construcción conjunta de saberes, IN-10, fase de integración de la indagación práctica, durante la implementación de la unidad didáctica.

Desde la planeación se tuvo en cuenta propiciar espacios de trabajo colaborativo para la comunicación y validación, fases de las situaciones didácticas de Brousseau, donde los estudiantes mediante acciones de interacción, diálogo e intercambio de información y las intervenciones del docente lograran la construcción conjunta de significados, como se puede apreciar en el siguiente párrafo tomado de la planeación de la unidad didáctica.

“Reúnete nuevamente con tus compañeros de grupo inicial y discute con ellos tu representación gráfica del complejo acuático y los aspectos que tuviste en cuenta para dar respuesta a la pregunta planteada” (Buitrago, 2017b, p. 32).

La anterior actividad fue propuesta para lograr un proceso de diálogo e integración entre los estudiantes que los llevara a decidir por una sola solución, que posteriormente fuera presentada en la clase, fase de validación, “con el objetivo que argumenten sus soluciones y en conjunto se pueda poner en escena las diferentes posibilidades para el pedido hecho por el dueño de la constructora” (Buitrago, 2017b, p. 33).



Este “proceso de interacción y diálogo sistemático que el docente establece con sus estudiantes, lo que le permitió visualizar cómo se está dando la construcción del aprendizaje y hacer los ajustes necesarios, reformulando sus prácticas” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 99), posibilitó en ellos llegar a acuerdos e intercambios de saberes, que permitieron la construcción compartida de significados y sentidos con los estudiantes a través de la explicación apropiada del tema planteado.

En la Tabla 22 se presenta un fragmento de transcripción e imágenes donde se observó la presencia del docente, en interacción con los estudiantes para la “confrontación, negociación y construcción de significados compartidos sobre el contenido de aprendizaje” (Bustos, 2011, p. 225).



Tabla 22

*Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes implementación de la unidad didáctica	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p data-bbox="203 640 649 693"><i>Imagen 28: Docente realizando negociación y construcción de significados</i></p>  <p data-bbox="203 1087 665 1140"><i>Imagen 29: Docente y estudiante interactuando para la construcción de significados</i></p>	<p>P: Bien, vamos a mirar: Pitágoras.</p> <p>P: ¿Recuerdan como dice Pitágoras?</p> <p>E1: Que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los catetos al cuadrado.</p> <p>P: ¿Falta algo más?</p> <p>E2: La raíz de la hipotenusa es igual a la raíz de los catetos elevados al cuadrado.</p> <p>E3: ¿Qué?, No</p> <p>E2: Algo así.</p> <p>E3: La hipotenusa es igual a la raíz de la suma de los catetos al cuadrado.</p> <p>P: Bueno, vamos a dejarlo hasta ahí por ahora.</p> <p>E: Ah no, que la suma de los cuadrados de los catetos</p> <p>E: ¿Qué?</p> <p>P: La hipotenusa al cuadrado es igual...</p> <p>E: A la suma de los cuadrados de los catetos.</p> <p>P: La suma de los cuadrados de los catetos, dejémoslo así.</p> <p>La suma de los cuadrados de los catetos. (Buitrago, 2017a, p. 11).</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017

En el fragmento de transcripción anterior, el docente realizó un proceso de diálogo sistemático de construcción de significados, teniendo en cuenta los aportes de los estudiantes, mediante un trabajo colaborativo donde posibilitó espacios de interacción permanente, dándole así, “sentido a los contenidos y tareas de aprendizaje” (Bustos, 2011, p. 206), siendo este un proceso indagatorio y articulado con la fase de institucionalización propuesta por Brousseau. La actividad propuesta consistió en una serie de tarjetas cuyo contenido fue un concepto matemático relacionado con la unidad, por ejemplo: cateto, hipotenusa, teorema de Pitágoras, ángulo recto, área, perímetro, triángulo, triángulo rectángulo, triángulo acutángulo, triángulo obtusángulo, diagonal. En la actividad un estudiante debía extraer de una bolsa una ficha con alguno de los

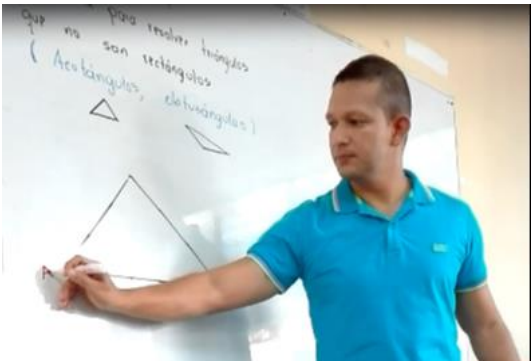
conceptos y definirlo a sus compañeros sin pronunciar la palabra escrita, construyendo su definición en conjunto con los demás integrantes del grupo. Si alguno de los conceptos no fue definido en su momento, posteriormente al final de la clase en la fase de institucionalización se retomaba y con ayuda del docente se construía su definición formal (Buitrago, 2017b, p. 9).

Logrando así un traspaso progresivo de responsabilidad del aprendizaje a los estudiantes, a través de las actividades propuestas para el teorema de Pitágoras, para que avanzaran en el desarrollo de nuevos saberes (Harlen, 2013).

Las características del rol del docente mostradas anteriormente, donde se posibilitó la construcción compartida de significados a través de espacios de interacción y diálogo con los estudiantes, no se observaron en la visión retrospectiva, en ésta el profesor fue el único actor del proceso, sus clases fueron magistrales, siendo él, el dueño del conocimiento; por eso entregó a los alumnos el significado o concepto del saber a desarrollar, sin favorecer espacios para la construcción del mismo a partir de la explicación del tema planteado. Como se observa en la siguiente Tabla.

Tabla 23

*Imagen y fragmento de transcripción visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
 <p><i>Imagen 30: Docente realizando transmisión de contenidos</i></p>  <p><i>Imagen 31: Estudiantes en su rol pasivo en el proceso</i></p>	<p>Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva</p> <p>P: Para el tema que vamos a ver a continuación, necesitamos las tres razones trigonométricas, las cuales son seno, coseno y tangente, que ya se habían estudiado en la solución de triángulos rectángulos. [Luego el docente escribe en el tablero: La ley de senos]</p> <p>P: Hasta el momento todo lo que hemos resuelto son triángulos rectángulos, es decir, triángulos que tienen un ángulo recto. Ahora, esta ley es utilizada para resolver triángulos que no son rectángulos [al mismo tiempo que va escribiendo en el tablero].</p> <p>[El docente dibuja un triángulo acutángulo en el tablero trazándolo con el borrador de tablero]</p> <p>P: Según los ángulos, los triángulos se clasifican en tres: Acutángulo, obtusángulo y rectángulo. Como los rectángulos, ya los sabemos solucionar, nos falta solucionar aquellos que sean acutángulos o aquellos que sean obtusángulos.</p> <p>P: ¿Cómo es un acutángulo? Este es el que generalmente dibujamos. [Realiza un dibujo de un triángulo en el tablero]. Parece un equilátero. El obtusángulo es aquel que tiene un ángulo obtuso, es decir que tiene un ángulo mayor de 90 grados. (Buitrago, 2016, p. 4).</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017.

La transcripción anterior, así como las imágenes permitieron observar e interpretar que en la visión retrospectiva el docente realizó transmisión de contenidos, en donde limitó al estudiante a un receptor pasivo de su aprendizaje, el cual solo pasaba al pie de la letra lo que el docente escribió en el tablero, sin oportunidad de opinar o reflexionar sobre los conceptos vistos en clase.

De la misma manera, se observó que los estudiantes se encontraban ubicados en el aula, de una forma en la cual el trabajo se concentraba de manera individual, sin posibilidad de interacción e intercambio de saberes, lo que permite establecer que no posibilitó un trabajo colaborativo y mucho menos una construcción compartida de significados.

El análisis entre la interpretación de la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica, con su visión retrospectiva y referentes teóricos, para establecer que mostró apropiación de la metodología de la indagación en su práctica de enseñanza, interpretada a partir de la categoría *Interactividad* a través de las subcategoría proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes al implementar la unidad didáctica, y relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, favoreciendo espacios de interacción que posibilitaron la construcción compartida de significados.

Igualmente, en la Tabla 21, se observan datos de 0% en los niveles porcentuales o cercanos a este valor, por ejemplo, el ítem 3A-26, que infiere que el docente no posibilitó el aprendizaje autónomo en la construcción de significados, EX-5, ya que desde la transcripción se pudo observar que esta estrategia de construcción, la realizó de manera colaborativa entre los estudiantes, no queriendo decir que sea malo o bueno, sino, que el desarrollo de la actividad fortaleció más el ítem con mayor porcentaje analizado anteriormente.

#### **4.3.2. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.**

Para el análisis de la subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes, la cual se refiere al “apoyo pedagógico permanente durante toda la clase” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 89), y que se evidencia cuando el docente da instrucciones, apoya a los estudiantes para

la construcción de los nuevos conocimientos y propicia espacios para la regulación, para que puedan seguir solos en esa construcción, se analizaron los datos de la Tabla 24.

Tabla 24

*Índices porcentuales de coocurrencia entre indagación práctica y la subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes*

Indagación práctica	3B Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes			
	Ítem Código	3B-28 El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje	3B-29 Hace preguntas que tienen relación con las inquietudes que surgen del proceso de aprendizaje	3B-30 Estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes
Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	0,01	0,18	0,02
Exploración de conocimientos previos	HD-2	0,01	0,06	0,02
Integrar información, intercambiar opiniones, presentar explicaciones	IN-11	0,07	<b>0,24</b>	0,05
Evaluación de la propuesta	RE-12	0,04	0,13	0,1

Fuente: Elaboración propia, 2017.

De la Tabla anterior se observa como el ítem 3B–29, que hace referencia a las actuaciones del docente, donde formuló preguntas a los estudiantes durante el desarrollo de las actividades para aclarar dudas en el proceso de aprendizaje, representaron el mayor porcentaje de la metodología de la indagación, con un 24%, en la práctica del docente investigador, articulado a las acciones en la clase donde logró que ellos integraran la información obtenida e intercambiaran opiniones, presentaran explicaciones y construyeran significados sobre otras ideas, IN-11, fase de integración de la indagación práctica.


Estas acciones en las cuales el docente hizo preguntas que tenían relación con el teorema de Pitágoras, fueron observadas en la implementación de la unidad didáctica durante la clase y en distintos momentos y ámbitos, en un monitoreo constante, prestando el apoyo pedagógico permanente, en aquellas intervenciones del docentes que van desde, “la revisión de la

comprensión de las instrucciones, al aprendizaje de competencias (previas y de la clase), y del progreso de la actividad hasta la convivencia en el aula” (González-Weil *et al.*, 2012, p.97).

En la Tabla 25 se presenta un fragmento de transcripción e imágenes donde se muestran acciones del docente haciendo monitoreo constante, a la vez que hizo preguntas que tenían relación con las inquietudes de los estudiantes, también se puede observar que se acercó a los grupos de trabajo a realizar el andamiaje ajustado a los requerimientos necesarios para el desarrollo de la actividad, a través de preguntas que los llevaron a recordar, comprender o aplicar conceptos vistos.

Tabla 25

*Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica*

Imágenes implementación de la unidad didáctica	Fragmento de transcripción durante la implementación de la unidad didáctica
 <p><i>Imagen 32: Docente realizando andamiaje según requerimientos de los estudiantes</i></p>	<p>(Se observa entre los estudiantes una discusión sobre lo que debe ir en el diseño. El docente se acerca)</p> <p>E: O sea que tampoco se puede hacer el kiosco, se hacen solo las piscinas.</p> <p>E2: No eso no lo meta ahí. Eso no tiene que ver nada ahí.</p> <p>P: ¿Las piscinas que vienen representando en el kiosco?</p> <p>E: El kiosco sería como el triángulo. (El docente asiente que si con la cabeza) una es la hipotenusa y las otras piscinas serían los catetos.</p> <p>P: Exactamente. ¿Entonces con que lo van a solucionar?</p> <p>E: Sería como lo que usted nos enseñó al principio. (La estudiante realiza la figura de un triángulo al aire con sus manos, dando explicación al docente)</p> <p>P: Por eso ¿cómo?</p> <p>E: con el teorema de Pitágoras.</p> <p>P: Exactamente, eso es lo que estamos trabajando.</p> <p>(Buitrago, 2017a, p. 29).</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017


En la transcripción se observó que docente generó un espacio de diálogo, análisis e interacción con los estudiantes en el cual favoreció una sistematización progresiva de ideas, en

un intercambio de opiniones, a la vez que realizó monitoreo constante, ofreciendo explicaciones explícitas, mediante preguntas que surgieron del proceso de aprendizaje, siendo este un proceso indagatorio y articulado con la fase de comunicación propuesta por Brousseau, donde los estudiantes integran e intercambian información para construir sobre otras ideas. Esta interacción es asimilada como una “actividad indagatoria de los alumnos... a través de la comunicación, ya sea oral o escrita, a la vez que una oportunidad para compartir significados, sintetizar y aplicar conocimiento” (González-Weil et al., 2012, p. 93).

Las características del rol del docente mostradas anteriormente, donde generó espacios de reflexión y análisis entre estudiantes para que compartieran información y plantearan una solución conjunta, no se observaron en la visión retrospectiva, allí el profesor asignó ejercicios para resolver en el tablero y una guía de trabajo en clase, para que ellos de manera mecánica y memorística reprodujeran los ejemplos vistos y explicados por el docente en la clase; como se observa en la Tabla 26 donde el docente no posibilitó estos espacios, y por lo tanto no favoreció el intercambio de opiniones, ni la comunicación, ya que el trabajo fue individual.

Tabla 26

*Imagen y fragmento de transcripción visión retrospectiva*

Imágenes visión retrospectiva	Fragmento de transcripción de la visión retrospectiva
 <p><i>Imagen 33: Docente realizando acompañamiento individual en el tablero</i></p>	<p>P: Ya tienen las herramientas para resolver ese ejemplo. ¿Quién dice...yo lo resuelvo?</p> <p>[Un estudiante decide salir a resolverlo en el tablero]</p> <p>E: ¿Este no sería un triángulo normal?</p> <p>P: Haga el dibujo. ¿Cómo lo haría?</p> <p>E: Vea profe, ¿este sería así?</p> <p>P: Sí, excelente.</p> <p>[El docente se queda observando y esperando a que el estudiante termine de solucionar el ejercicio en el tablero]. (Buitrago, 2016, p. 4).</p>

Fuente: Elaboración propia, 2017.

El análisis de la transcripción anterior, así como la imagen permitieron observar e interpretar que en la visión retrospectiva el docente no promovió el trabajo colaborativo, al asignar una guía de ejercicios para solucionar en la clase y de manera individual, sin proponer situaciones problema que demandaran del trabajo colaborativo. Además, mientras los estudiantes se encontraban realizando el ejercicio propuesto en su cuaderno, él estuvo interactuando solo con un estudiante que estaba realizando un ejercicio en el tablero, por lo que se puede establecer, que esta forma de enseñanza poco dinámica para los estudiantes no permitió el intercambio de opiniones entre ellos y mucho menos la construcción compartida de significados.

Además, se pudo observar que en estas acciones no realizó preguntas para orientar o que surgieran de las inquietudes, sino, que simplemente orientó a que realizaran casi de manera algorítmica y repetitiva un ejemplo explicado en el tablero.

Es así, que el análisis entre la interpretación de la práctica del docente durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras, con su visión retrospectiva y los referentes teóricos, permitieron observar una apropiación de la metodología de la indagación, a partir de la categoría *interactividad* a través de las subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes, al relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, cuando presentó en contexto el diseño de un Kiosko comprendido entre tres piscinas y que representaban un complejo acuático de un conjunto cerrado, favoreciendo espacios de interacción que posibilitaron la sistematización progresiva de las ideas, el intercambio de opiniones que favorecieron la construcción compartida de significados.

A pesar de mostrar apropiación en características de la metodología de la indagación, la Tabla 24 también presentó datos porcentuales de coocurrencia cercanos a 0% entre algunos ítems, los cuales como se ha reiterado, se entienden como aquellas acciones donde el docente presentó



escasa intervención en el desarrollo de la actividad en la clase, referentes a algunos aspectos de su práctica en la implementación de la unidad didáctica, por ejemplo, el ítem 3B-28, que muestra que el docente no integró los saberes previos con el nuevo aprendizaje, en la fase de exploración, búsqueda y elección de información relevante, EX-9, ya que se centró más en hacer preguntas que surgieron en el proceso y que tenían relación con las inquietudes de los estudiantes. Lo que significa que el desarrollo de la actividad favoreció más el ítem con mayor porcentaje analizado anteriormente y, por lo tanto, no se puede establecer que, el no haber permitido la integración de los saberes no sea importante, sino que su intervención buscó más propiciar espacios de intercambio de opiniones.

Cabe aclarar que, los índices porcentuales de coocurrencia cercanos a 0%, en esta investigación se interpretaron como la escasa intervención del docente en acciones que favorecieran de apropiación de características de la metodología de la indagación por parte del investigador, esto no significa que no se hallan planeado las actividades que posibilitaran acciones para llevar a cabo la integración de saberes previos con los nuevos, sino, que en la práctica no pudieron ser observadas al momento de analizar la subcategoría 3B.

Finalmente, la reflexión permanente sobre la práctica que realizó el docente y que logró observarse en los videos y en la transcripción después de implementar la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras, apoyado de la indagación práctica y articulada con las situaciones didácticas de Brousseau, más el análisis de los datos para la categoría de la *Interactividad*, se pudo establecer, basado en los hallazgos obtenidos en las subcategorías anteriores, que el docente al proponer la enseñanza del teorema de Pitágoras a través de una situación problema, permitió a los estudiantes la participación activa, la exploración de conocimientos previos, la búsqueda y elección de información relevante y la construcción

conjunta de significados, que los llevó a intercambiar opiniones y socializar sus resultados, así como evaluar las propuestas de los demás, a través de la formulación de preguntas, lo que dio sentido a los significados contruidos de forma compartida, como se pudo observar en las acciones del docente establecidas en la Tabla 24. Lo anterior mostró, que el docente logró apropiación de características de la metodología de la indagación en su práctica docente desde la categoría *Interactividad*.

Del mismo modo, los datos evidenciaron la reflexión del docente investigador sobre su praxis, mostrando gran relevancia en la categoría *interactividad*, donde realizó un monitoreo permanente y un andamiaje pertinente a los requerimientos de los estudiantes favoreciendo un trabajo colaborativo, a diferencia de lo ocurrido en la visión retrospectiva, donde privilegiaba el trabajo individual.

Para concluir, los resultados mostraron que el docente en el aula durante la implementación de la unidad didáctica, atribuyó aspectos que mejoraron su práctica, mediante la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, fortaleció la enseñanza del teorema de Pitágoras desde su competencia disciplinar, también desarrolló los contenidos mediante situaciones problema basados en contextos reales que facilitaron la construcción de los nuevos conocimientos, dando instrucciones claras e institucionalizando el saber en su rol de guía durante el desarrollo de las actividades. Resultados que muestran grandes avances en su enseñanza al presentar un mejor dominio disciplinar y didáctico del teorema de Pitágoras que posibilitaron en él, la apropiación de la metodología de la indagación.

## Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

En este capítulo se presentan, las conclusiones y las recomendaciones de la investigación sobre la reflexión y análisis de la práctica del docente, al implementar la unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras y realizar la triangulación con su visión retrospectiva y los referentes teóricos.

### 5.1 Conclusiones

*Secuencia didáctica*, el docente mostró apropiación de características de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, al presentar en el aula actividades para la enseñanza del teorema de Pitágoras a través de situaciones problema basados en contextos reales y relacionados con contenidos de la vida cotidiana para los estudiantes, dando instrucciones claras, realizando el acompañamiento pertinente en la construcción de nuevos conceptos y promoviendo la socialización de resultados; contribuyó así en el diseño de las situaciones didácticas, permitiendo flexibilizar la estrategia y regular el aprendizaje, logrando así la participación activa y comprometida del estudiante en el proceso de búsqueda y elección de información para la construcción del conocimiento y evaluación de las propuestas presentadas a la solución de las situaciones planteadas; a través de actividades de acceso directo al aprendizaje, organizadas y secuenciadas.

Las acciones llevadas a cabo por el docente en su práctica, al implementar la unidad didáctica, acercaron al estudiante a un nivel de pensamiento más complejo sobre el teorema de Pitágoras, para que sus ideas evolucionaran, y pudiera construir sus nuevos conocimientos.

Llevar al aula la enseñanza del teorema de Pitágoras mediante la implementación de la unidad didáctica fundamentada en las situaciones didácticas de Brousseau y la metodología de la

indagación, ayudaron a promover la reflexión, búsqueda de hipótesis e información, formulación de preguntas, aporte de ideas y evaluación de propuestas.

*Competencia Científica*, la metodología de la indagación contribuyó en la práctica del docente, a la apropiación de la didáctica y conocimiento epistemológico del teorema de Pitágoras, lo cual le permitió plantear estrategias en el aula, que favorecieron el desarrollo de la comunicación en sus diferentes formas para articular los saberes previos con nuevos aprendizajes, al igual que el lenguaje disciplinar utilizado fue más apropiado para el desarrollo de las situaciones propuestas, y que se observaron en momentos de la clase donde los estudiantes en un intercambio de ideas, indagaron, argumentaron y modelizaron el aprendizaje, que además favorecieron la construcción de conocimiento, estas interacciones se observaron a partir de las explicaciones que los estudiantes del grado décimo presentaron sobre la situación planteada, dejaron en evidencia la articulación de los saberes previos con los saberes que fueron construyendo e integrando en torno al concepto del teorema de Pitágoras. El fortalecimiento de esta *competencia científica* se observó durante la implementación de la unidad didáctica en momentos donde el docente respondió a inquietudes de los estudiantes, con preguntas orientadoras y retadoras, que no hacían parte de su actuar desde la visión retrospectiva.

La implementación de la unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación, la formación postgradual y con ella el fortalecimiento de la *competencia científica*, permitieron observar un cambio relevante en el rol del docente, ya no como único actor, sino como guía y orientador, fortaleciendo en su praxis la enseñanza del teorema de Pitágoras.

Desde la *Interactividad*, se favoreció el trabajo colaborativo, permitiendo concluir una gran contribución en la apropiación de la metodología de la indagación por parte del docente en la categoría analizada, al presentar acciones en el aula de interacción e intercambio de información

o saberes entre estudiantes y docente a través de preguntas que surgieron de las inquietudes en el desarrollo de la clase, al implementar la unidad didáctica fundamentada en las situaciones didácticas de Brousseau y la metodología de la indagación.

De igual modo se pudo concluir que durante la implementación de la unidad didáctica, el docente realizó un monitoreo constante en el desarrollo de las actividades propuestas, realizando el andamiaje pertinente a partir de los requerimientos de los estudiantes e integrando los saberes previos con el nuevo conocimiento, en espacios donde realizaba preguntas que tenían relación con la situación problema planteada y que surgieron del proceso de aprendizaje, logrando una constante relación dialógica con los ellos.

Estas acciones del docente donde prestó apoyo pedagógico permanente, no hicieron parte de su actuar desde la visión retrospectiva, donde a manera de clase magistral, siempre se encontraba al frente de los estudiantes, los cuales generalmente se encontraban organizados de forma individual tomando apuntes del tablero, mientras él realizaba explicaciones y ejemplos del saber matemático, mostrando así escasa interacción con el grupo. Lo cual no favoreció espacios de diálogo y construcción de significados.

## **5.2 Recomendaciones**

Para implementar en el aula la propuesta que se plantea en este trabajo, es indispensable que los docentes planeen la unidad didáctica a través de situaciones problema basadas en contextos reales que favorezca la construcción de conocimiento, así como propiciar suficientes espacios de intercambio de opiniones o para la búsqueda y elección de información relevante, que conduzcan a los estudiantes a la confirmación y análisis de la explicación en las sesiones de clase, mediante la formulación de preguntas.

Igualmente, se recomienda al docente tener presente aquellas acciones encaminadas a flexibilizar su estrategia de acuerdo a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes en las actividades donde se realiza exploración de conocimientos previos para la construcción conjunta de significados.

Con respecto a la *competencia científica*, se recomienda que las actividades realizadas sean acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes, que favorezcan el aporte individual de ideas. Además, propiciar espacios para la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para la solución de la situación planteada.

De la misma manera, se recomienda que, en la *interactividad* docente y estudiantes, el investigador planee actividades encaminadas al aprendizaje autónomo en la construcción de significados, como parte fundamental en la enseñanza del teorema de Pitágoras. Ya que, en la presente propuesta, las actividades planteadas desde la planeación de la unidad didáctica favorecieron más el trabajo colaborativo, limitando un poco el desarrollo de un aprendizaje autónomo por parte de los estudiantes. Igualmente, durante los espacios de interacción, se sugiere que el docente estimule a través de actitudes positivas a los estudiantes.

Una manera de que los procesos y resultados alcanzados tengan un mayor impacto en el aula, en la institución educativa e incluso en el sector educativo de la ciudad de Pereira, Risaralda, es socializar la propuesta y resultados entre los pares académicos que lleven a la formación de comunidades de aprendizaje que den lugar a espacios de estudio y compartir de experiencias, enriqueciendo la práctica docente.

Por último, se sugiere a los docentes que desean llevar a cabo esta propuesta en el aula, realizar un estudio previo sobre las situaciones didácticas de Brousseau, así como las fases de la

indagación práctica y tener en cuenta las conclusiones y recomendaciones de esta investigación para mejorar el diseño de esta.

### Referencias Bibliográficas

- Amador, J. F., Rojas, J. L. y Sánchez, H. G. (2015). La indagación progresiva con ayudas hipermediales dinámicas en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E., y Fernández, F. (2003). La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación? Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C., 80-106
- Briones, G. (1999). Tendencias recientes de la investigación en pedagogía. *La sociología en sus escenarios*. (4), 1-23.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bustos, A. (2011). Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita. Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.
- Cerda, H. (1.993). Los elementos de la investigación, capítulo 7. Medios, instrumentos, técnicas y métodos en la recolección de datos e información. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0ByJKdYF9NkPwaDhXb1ZRYmpSakE/view>.
- Céspedes & González, (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC. Pereira Colombia.
- Buitrago, J. (2016). Transcripción Videos visión retrospectiva. Pereira, Risaralda. Documento de trabajo



Buitrago, J. (2017a). Transcripción Videos visión prospectiva. Pereira, Risaralda. Documento de trabajo

Buitrago, J. (2017b). Unidad didáctica: teorema de Pitágoras. Pereira, Risaralda. Documento de trabajo

Coll, C. (1991) Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. Barcelona: Paidós.

Congreso de la república de Colombia. (1994). Ley General de Educación. Obtenido de

[http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)

Cristóbal, C. y García, H. (2013). La indagación científica para la enseñanza de las ciencias.

Ministerio de Educación del Perú y Universidad Peruana Los Andes. I.E.P María Auxiliadora  
- Huancayo - Perú

De Lella, C. (1999). I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación.

Modelos y tendencias de la Formación Docente. Lima, Perú: Organización de estados  
iberoamericanos.

De Lella, C. (1999). Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado el 22 de septiembre

de 2016, de I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación, Modelos  
y tendencias de la Formación Docente: <http://www.oei.es/historico/cayetano.htm>

Decreto N° 1278. Diario Oficial de la Republica de Colombia, Bogotá D.C, 19 de junio de 2002

Escamilla, A. (1992): Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula. Zaragoza: Luis  
Vives. Colección Aula Reforma.

<http://www.periodicolacampana.com/matematica-articulada-y-su-influencia-en-el-desarrollo-de-un-pais/>

Godino, J. D. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada: Edumat, maestros.

Gómez, M. (2001). Análisis de situaciones didácticas en Matemáticas. Madrid: Universidad

Autónoma de Madrid.

- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Tesis de maestría. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (Tesis Doctoral). Universidad de la Rioja, La Rioja, España.
- González Weil, y otros. (2012). Instrumento de recolección de información.
- González-Weil, C. y otros. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 38(2), 85-102
- González-Weil, C., Cortéz, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., Maturana, Y. y Abarca, A. (2012). La Indagación científica con enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencias en EM. *Estudios Pedagógicos XXXVIII*, 86-102.
- González-Weil, C., Martínez, M., Galax, C., Cuevas, K. y Muñoz, L. (2009). La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico. (Valdivia, Ed.) *Estudios Pedagógicos XXXV*, 67-78.
- González, P. M. (2008). El teorema llamado de Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. *SIGMA*(32), 103-130.
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, (43), 19-58.

- Harlen, W. (2013). Capítulo 5 Implementando la evaluación formativa de ECBI. Evaluación y Educación en Ciencias basada en la indagación: aspectos de la política y la práctica. Italia: Global Network of Science Academies (IAP). Science Education Programme (SEP).
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación 5ª Edición. Mac Graw Hill.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. DE C.V. Obtenido de <http://www.lapaginadelprofe.cl/UAconcagua/7Dise%C3%B1osExperimentales.pdf>.
- Instituto de Matemáticas PUCV. (2016). Instituto De Matemáticas. Obtenido De Documentos: <http://158.251.72.52/sitio/moodle/file.php/1/Situaciones%20Didacticas/Que%20son%20las%20Situaciones%20Didacticas.pdf>
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (2017). *Resultados saber 11°*. Recuperado de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados.php>
- Ministerio de Educación Nacional. (1994). La práctica pedagógica como escenario de aprendizaje. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Kilpatrick, J., Gómez, P., Rico, L. (1998). *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*. Bogotá: una empresa docente
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares. Obtenido de MEN: recuperado el 22 de septiembre de 2016, de <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

- Ministerio de Educación Nacional. (2011). Programa para la transformación de la calidad educativa. *Guía para actores involucrados en el programa*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Programa de Educación Rural –PER: orientaciones técnicas para la producción de secuencias didácticas para un desarrollo profesional situado para las áreas de matemáticas y ciencias*. Recuperado en abril 12 de 2016 de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-348932\\_per11.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-348932_per11.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2013). Colombia en PISA 2012. Informe nacional de resultados. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_genera\\_dba.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Reporte de la excelencia 201. Obtenido de Colombia aprende: [http://diae.mineduacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2016/163001002593.pdf](http://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/163001002593.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Índice sintético de calidad*. Recuperado de [https://diae.mineduacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2017/166001006083.pdf](https://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2017/166001006083.pdf)
- Osorio, A., Gil, C., Gómez, W., Romero, E., Iglesias, M., Geométrico, P., y de la Geometría, D. (2013). Pitágoras y el teorema de la Mujer Casada. Una Propuesta Didáctica. *Memorias de la VII Jornada de Investigación del Departamento de Matemática y VI Jornada de Investigación en Educación Matemática*, 194-204.
- Perry, P. (2000). Una propuesta para abordar el teorema de Pitágoras en clase. *Revista EMA*, 5(2), 152-169.

- Perkins, D. (2010). El aprendizaje pleno. Principios de la enseñanza para transformar la educación. Buenos Aires: Paidós.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA, 47-66.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Reflexiones teóricas para la educación matemática, 5, 2-4.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Reflexiones teóricas para la educación matemática, 5, 13-66.
- Corrales, A. (2010). La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción: las unidades didácticas. *EmásF, Revista Digital de Educación Física*, (2), 1-13.
- Sanmartí, N. (2000). Diseño de unidades didácticas. Didáctica de las ciencias experimentales, 239-276.
- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista, capítulo 1. Unidades didácticas en ciencias y matemáticas. Bogotá: Editorial magisterio.
- Strathern, P. (1999). Pitágoras y su teorema. Madrid: Siglo XXI de España Editores, S.A.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Uzcátegui, Y., Betancourt, C. (2013). La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. *Revista de Investigación*, 37(78), 109-127.

## Anexos

### 1. Anexo 1: Instrumento para la recolección de la información.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
INSTRUMENTO DE RECOLECCION DE INFORMACION

1. Categoría: Secuencia Didáctica ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura? (González-Weil, y otros, 2012)			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
1A Actividad medular	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	1A – 1	
	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	1A -2	
	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	1A – 3	
1B Momentos de la clase flexible	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.	1B – 4	
	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B – 5	
	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	1B – 6	
1C Orientación explícita de la actividad	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	1C – 7	
	El docente facilita y regula el aprendizaje.	1C – 8	
1D El docente como guía	El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.	1D- 9	
	El docente promueve estrategias que promueven la socialización de resultados.	1D- 10	

2. Categoría: Competencia Científica ¿Qué ámbitos de Competencia Científica implementa el docente en su clase? Apropriación de conocimientos			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
2A Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. (Enfocados al quehacer científico: formular, resolver problemas, actitud crítica rigurosa)	El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	2A-11	
	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	2A-12	
	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	2A-13	
	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	2A-14	
	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	2A-15	
	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	2A-16	
	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	2A-17	
2B Enseñanza de las competencias disciplinares (Centradas en el estudiante, organizados en grupos, guiados por el docente, hacen experimentos, etc.)	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.	2A-18	
	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	2B-19	
		2B-20	
	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	2B-21	
	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	2B-22	
	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	2B-23	
	El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	2B-24	

3. Categoría <i>Interactividad</i> ¿Qué características tiene la interacción profesor -alumno y de qué manera apoya el aprendizaje?			
Subcategorías	Ítems	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
3A Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	3A-25	
	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	3A-26	
	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	3A-27	
3B Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (presenta apoyo pedagógico permanente)	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	3B-28	
	El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.	3B-29	
	El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	3B-30	

Observaciones generales:

---



---



---



## 2. Anexo 2: Matriz para el análisis de la información según metodología de la indagación práctica

Categoría	Subcategorías	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa	HD-1	
	Exploración de conocimientos previos	HD-2	
	Planteamiento del problema contextualizado	HD-3	
	Involucrar al estudiante	HD-4	
Exploración	Construcción de significados	EX-5	-
	Búsqueda de hipótesis	EX-6	
	Sesiones de grupo para exploración cooperativa	EX-7	
	Aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada	EX-8	
	Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	
Integración	Construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del tema planteado	IN-10	
	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas.	IN-11	
Resolución	Evaluación de la propuesta	RE-12	
	Confirmación y análisis de la explicación	RE-13	

### 3. Anexo 3: Unidad didáctica para la enseñanza del teorema de Pitágoras.

**NOMBRE DE LA UNIDAD:**

DESCUBRIENDO Y APRENDIENDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS

**GRADO:** Decimo

**Docente:** Alexander Buitrago

**Institución educativa en dónde se implementará:** Institución Educativa María Dolorosa

**Número de alumnos(as):** 30 alumnos

**Fecha de presentación:** mayo de 2017

**Objeto Matemático:** teorema De Pitágoras

**Objetivo General:** Resolver problemas mediante la aplicación del teorema de Pitágoras para que el estudiante comprenda su vigencia.

**Derechos básicos de aprendizaje:**

- Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce:
  - Dado dos lados en un triángulo rectángulo, encuentra el lado restante.
  - Resuelve problemas con el teorema de Pitágoras.

**Estándares de competencia:**

**Pensamiento espacial y sistemas geométricos**

- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.
- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

### **Pensamiento numérico y sistemas numéricos**

- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.

### **Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos**

- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

### **Contenidos (Saberes)**

<b>Contenidos Conceptuales</b>	<b>Contenidos Procedimentales</b>	<b>Contenidos Actitudinales</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definición de catetos e hipotenusa</li> <li>• Tipos de triángulos según sus ángulos.</li> <li>• Área y perímetro de un cuadrado, rectángulo y triángulos rectángulos.</li> <li>• Teorema de Pitágoras.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece los tipos de triángulos existentes.</li> <li>• Representa gráficamente triángulos rectángulos y cuadrados.</li> <li>• Calcula distancias, alturas, pendientes áreas y perímetros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interés por el aprendizaje de la matemática.</li> <li>• Participa en el trabajo individual y en grupo.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece relación entre los catetos y la hipotenusa.</li> <li>• Resuelve problemas aplicando el teorema de Pitágoras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aporta y respeta opiniones en la comunicación y validación de saberes.</li> <li>• Reconoce y valora sus capacidades y las de sus compañeros</li> <li>• Realizar autocorrección de los trabajos.</li> <li>• Disciplina, esfuerzo y perseverancia en la búsqueda de resultados.</li> </ul>
--	---	---

### **Fundamentación teórica del saber específico a enseñar:**

El objeto matemático, de la presente unidad didáctica es el teorema de Pitágoras, pues este teorema, según afirma González “es la relación matemática que ocupa el primer lugar en el recuerdo de los tiempos escolares” (2008, p.103). Según el autor, este teorema ha causado gran admiración tanto a matemáticos y no matemáticos porque, a diferencia de otros teoremas, aparentemente no existe ninguna razón intuitiva para que los cuadrados contruidos sobre los lados de un triángulo rectángulo (la hipotenusa y los catetos) deban tener un vínculo tan estrecho entre sí.

Así mismo desde los lineamientos curriculares de la educación básica y media del Ministerio de Educación Nacional (MEN) se plantea el teorema de Pitágoras, como un concepto esencial en la enseñanza de la educación, ya que el conocimiento de dicho teorema

es necesario para la enseñanza posterior de otros conceptos, tanto matemáticos y físicos, como lo son las razones trigonométricas y la suma de vectores, entre otros conceptos.

Pero a pesar de ser considerado esencial en la educación, según Andrade (2015) “se evidencia que los estudiantes del grado 10° presentan dificultad en: La aplicación del teorema de Pitágoras en la solución de situaciones que requieren su uso” (p.89).

De igual manera Escobar (2012) manifiesta que este tema al interior del aula se trabaja de manera mecánica donde “usualmente se enuncian los teoremas que se requieren para determinar los elementos del triángulo a partir de la información conocida y posteriormente se resuelven algunos ejercicios y problemas de aplicación que se deducen a partir de procesos meramente algebraicos” p.47).

Además de esto “los docentes de Matemática suelen enfatizar en los contenidos aritméticos y algebraicos, descuidando el estudio de la Geometría; situación que no les permite a los estudiantes percatarse de la relación existente entre los contenidos geométricos con el mundo que nos rodea” (Osorio, *et al.*, 2013, p.194).

Lo anterior conlleva a revisar y tomar acciones de mejoramiento, en las prácticas de enseñanza y aprendizaje al interior del aula, para que los estudiantes alcancen de manera efectiva, los logros planteados en el currículo, por lo que se propone una estrategia de enseñanza, en la cual el estudiante este en contacto con el respectivo material didáctico de apoyo, elaborado para la comprensión de saberes, en este caso concreto para el teorema de Pitágoras, pero que puede ser extensivo a otras disciplinas.

Es por eso que Osorio (2013) manifiesta que es necesario desarrollar estrategias más didácticas que permitan fortalecer las habilidades matemáticas y geométricas de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje que permita a los estudiantes la estimulación de la creatividad, la socialización entre ellos y la puesta en práctica del objeto matemático, considerando así que:

“La matemática lúdica permite crear un ambiente que favorece el trabajo colaborativo y la socialización entre compañeros de clases en un ambiente agradable, a la vez que consolidan sus conocimientos sobre la Geometría del Triángulo y aplican el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas” (Osorio, *et al.*, 2013, p.202).

Por tal motivo para la enseñanza del objeto matemático los autores proponen iniciar con una actividad que permita desarrollar un mejor dominio en los contenidos disciplinares, que se consideran esenciales, como conocimiento previo, estos son: el triángulo rectángulo, concepto de área y proseguir de esta forma en la enseñanza del teorema de Pitágoras, iniciando con una demostración mediante una representación gráfica que ayude a comprender la relación que existe entre el enunciado y su expresión algebraica para llegar a la demostración intuitiva y posteriormente a su definición formal.

Definición que inicialmente fue definida por Euclides así: "En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es equivalente a la suma de los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto" (*Euclides: Elementos*. Traducción y notas de M.L. Puertas. Gredos. Madrid, 1996. Libro I, p.260, Proposición I.47. Citado por González, 2008, p.114). Y que en la actualidad se conserva con algunas modificaciones, relacionadas a cuadrados y áreas, como lo señala Godino (2004) cuando presenta los siguientes enunciados:

*“Dado un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos”* (p.320). y en términos de áreas:

“La suma de las áreas de los cuadrados contruidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa” (p.320).

Para esta unidad didáctica se tendrá en cuenta el enunciado del teorema de Pitágoras en términos de áreas. Teniendo en cuenta los aspectos mencionados, la unidad didáctica pretende acercar a los estudiantes al concepto del teorema de Pitágoras y su relación con la resolución de triángulos rectángulos, con el objeto de mejorar su formación matemática, potenciar procesos de pensamiento y prepararlos para aplicar comprensivamente este teorema en situaciones matemáticas y de otros campos. Aspectos que se evidencian como una debilidad importante en los análisis de los resultados de las pruebas nacionales en las que ellos participan.

### **Fundamentación teórica desde la Didáctica de la Matemática:**

Para el diseño, construcción y posterior aplicación de la unidad didáctica se tienen en cuenta referentes teóricos que permiten una mejor comprensión del objeto matemático y de los componentes necesarios para su planeación y aplicación, tal y como lo plantea, Escamilla, (1993):

La Unidad Didáctica es la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de un determinado contenido, mediante tareas matemáticas escolares bien diseñadas, para dar consistencia y significatividad al proceso formativo. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe tener en cuenta los distintos aspectos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para seleccionar los objetivos básicos que pretende

alcanzar, la metodología con la que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso. (p.39).

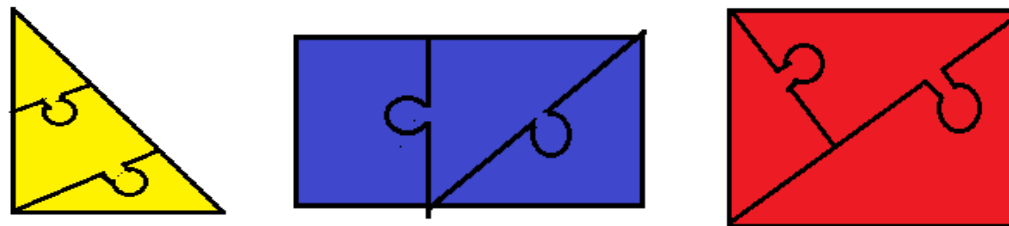
Así mismo desde la didáctica de la matemática se ha recurrido a diferentes estrategias de enseñanza que acerquen al estudiante a la comprensión del concepto y que posteriormente pueda ser llevado a diferentes aplicaciones en la cotidianidad. Entre las cuales se encuentra la planteada por Perry (2000), “una propuesta para abordar el teorema de Pitágoras en clase”, en la cual propone iniciar con una demostración mediante una representación gráfica que ayude a comprender la relación que existe entre el enunciado y su expresión algebraica.

Es por eso que desde la unidad didáctica se plantea un trabajo del estudiante más activo y protagonista de su propio aprendizaje, como lo plantea la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, donde el docente intencionalmente plantea al estudiante una situación adidáctica que le permita mediante sus conocimientos previos el acercamiento a una solución. Dicha situación permite la relación entre el docente, el estudiante y los contenidos proporcionando espacios de interacción que ayuden a contextualizar de una manera más adecuada los conocimientos, ya que “queremos que los alumnos adquieran competencia y comprensión sobre los distintos componentes de un contenido matemático” (Godino, Batanero y Font, 2003, p.67). De igual forma los autores confirman que las situaciones didácticas permiten que el estudiante explore y trate de resolver problemas (Acción); como consecuencia construirá o adquirirá nuevos conocimientos matemáticos, ofreciéndole la oportunidad de investigar por sí mismo posibles soluciones que luego comunicará a sus compañeros o profesor, ejercitando el lenguaje matemático (Formulación/comunicación) para probar si sus soluciones son correctas o no, favoreciendo la argumentación (Validación) donde se pone en común lo aprendido, se fijan y comparten



las definiciones y las maneras de expresar las propiedades matemáticas estudiadas(Institucionalización). (Godino, Batanero y Font, 2003, p. 67)

<p style="text-align: center;"><b>Sesión de clase No. 1</b></p> <p style="text-align: center;">110 minutos</p> <p style="text-align: center;"><b>COMPLEJO ACUÁTICO</b></p>
<p><b>Objetivo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Demostrar y construir el concepto del teorema de Pitágoras mediante la manipulación de un puzzle pitagórico a partir de una situación problema.</li> </ul> <p>Para iniciar con la situación planteada el docente realizará la siguiente actividad con el fin que retroalimenten algunos conceptos previos los estudiantes.</p> <p><b>Acercamiento a la situación problema</b> (Grupos de tres) (30 minutos)</p> <p>Se les entregará a los estudiantes una pieza de un rompecabezas, las piezas tendrán tres colores diferentes, posteriormente deben identificar el color de la pieza con otros compañeros y construir una figura con las piezas. Estas figuras que se formarán serán: Triángulos rectángulos, triángulos obtusángulos, triángulos acutángulos, cuadrados con una diagonal, rectángulos con una diagonal así:</p>

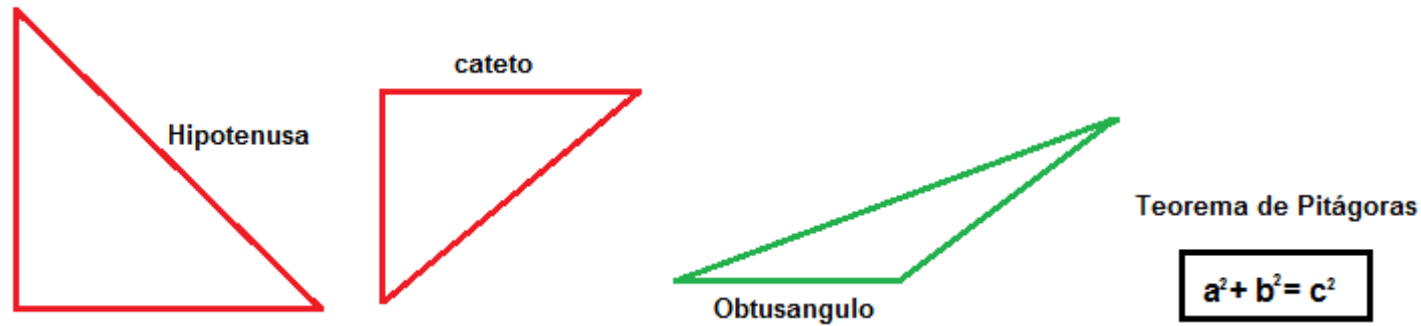


Esto con el objetivo que visualicen los triángulos rectángulos y los diferencien de los acutángulos y obtusángulo, así mismo como la diagonal en un rectángulo y cuadrado que representa la hipotenusa en un triángulo rectángulo. De esta manera quedarán conformados los grupos de tres estudiantes para esta actividad y la de comunicación y validación.

Posteriormente con una serie de tarjetas cuyo contenido será un concepto matemático relacionado con la unidad, por ejemplo, cateto, hipotenusa, teorema de Pitágoras, ángulo recto, área, perímetro, triángulo, triángulo rectángulo, triángulo acutángulo, triángulo obtusángulo, diagonal. Se le entregara a cada grupo una, de tal manera que un estudiante debe definir el concepto escrito en la tarjeta a sus compañeros, sin pronunciar la palabra escrita, para que ésta lo construya y lo represente gráficamente. En caso de que algún estudiante no logre definir el concepto a sus compañeros, se le solicitará que deje la tarjeta pegada en el tablero para que, al finalizar esta actividad, se puedan definir en conjunto con los demás compañeros del curso y el docente.

Al finalizar la tarea, los alumnos pondrán en común con el profesor los resultados obtenidos, identificando así sus aciertos y errores, así como el motivo de éstos últimos, los cuales serán corregidos en conjunto con los demás compañeros y el docente.

Se espera que los estudiantes realicen representaciones gráficas como los siguientes, entre otras.



Posibles argumentaciones de los estudiantes al momento de definir el concepto planteado.

- Tiene tres lados de diferentes medidas y un ángulo mayor de  $90^\circ$
- Línea que une dos vértices de un cuadrado o rectángulo.
- Lado mayor de un triángulo rectángulo. (entre otras)
- Lados de un triángulo que forman un ángulo de  $90^\circ$  entre sí.

Posibles respuestas:

- Es un triángulo obtusángulo
- Diagonal.
- Hipotenusa.
- Catetos.

Se espera evidenciar en los estudiantes como saber previo, la identificación y representación de los triángulos rectángulos y sus componentes.

Los dibujos se realizarán en el tablero y se utilizarán para orientar a los estudiantes en las actividades posteriores.

**Situación Acción** (Tiempo 20 minutos)**Actividad 1 (Individual)**

El docente planteará la siguiente situación problema.

**Complejo acuático**

Un conjunto cerrado en la ciudad desea construir un complejo acuático como el que se presenta en la figura. El arquitecto de la obra desea colocar un kiosco de forma triangular con un ángulo recto que pueda atender a los usuarios de cada una de las piscinas. Las piscinas fueron construidas todas con la misma profundidad y de forma cuadrada. Pero cuando llenaron la piscina más grande, esta filtró el agua pasando a las otras dos y después de un rato se llenaron las dos más pequeñas, quedando vacía la más grande.



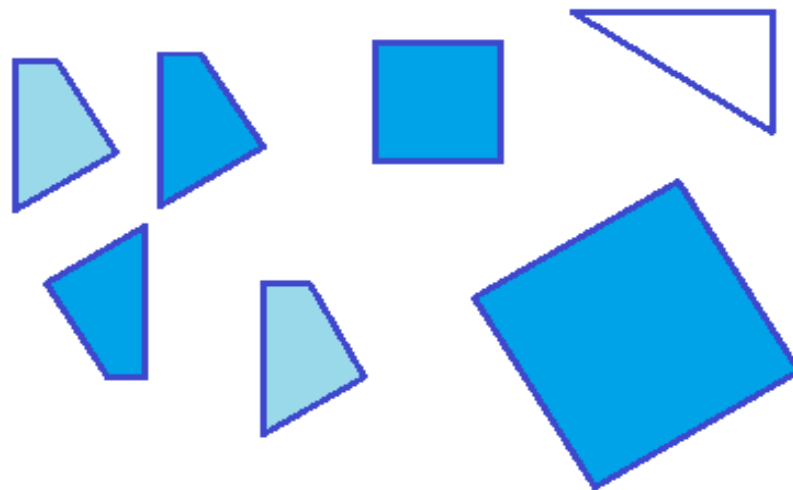
Figura 1. Complejo acuático

Tomado de: [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G\\_9/M/SM/SM\\_M\\_G09\\_U02\\_L05.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L05.pdf)

El dueño de la constructora se molesta por lo sucedido y piensa que ahora tendrá que gastar más dinero que el que presupuestó, porque cree que la piscina grande contiene más agua que las dos pequeñas, pero el arquitecto le indica que el contenido de agua de las dos piscinas pequeñas es totalmente igual al de la piscina grande.

**¿Por qué será que el dueño de la constructora no tendrá que gastar más dinero en llenar la piscina mayor que si tuviera que llenar las dos piscinas pequeñas?**

Se le comunicará al estudiante que las siguientes piezas, fueron utilizadas por el arquitecto para el diseño inicial del complejo acuático y por lo tanto son las pruebas para demostrar al dueño de la constructora, porque no tendrá que gastar más dinero.



Se espera que cada estudiante mediante la utilización del material entregado realice una construcción similar a la siguiente, identificando del grafico de la situación problema características como:

El cuadrado pequeño representa el área de la piscina pequeña

El cuadrado más grande representa el área de la piscina más grande

Las 4 piezas restantes representan el área de la piscina mediana.

Para que pueda dar solución a la siguiente pregunta

- ¿Qué características de la situación tuviste en cuenta para organizar las piezas del diseño?

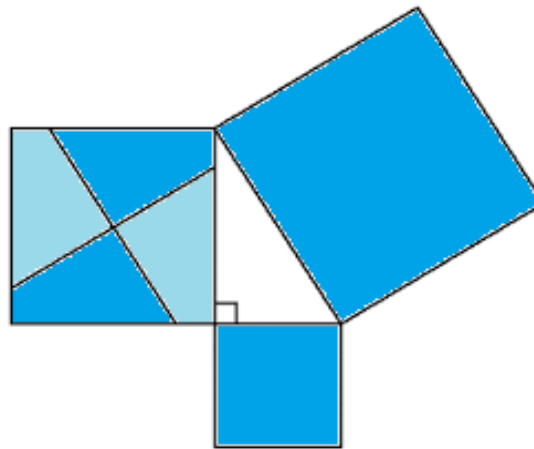
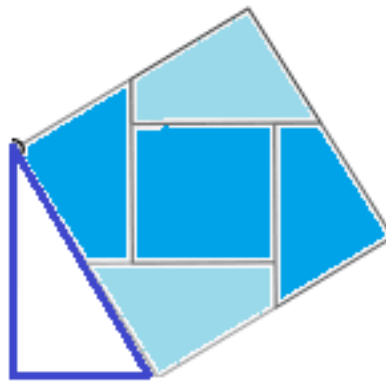


Figura tomada de: [https://www.google.com.co/?gfe\\_rd=cr&ei=I2YvWa3JCbKx8we\\_v67QBQ#q=puzzle+pitagorico+de+perigal](https://www.google.com.co/?gfe_rd=cr&ei=I2YvWa3JCbKx8we_v67QBQ#q=puzzle+pitagorico+de+perigal)

Luego que el estudiante reproduzca con las piezas el diseño planteado en la situación problema, se espera que pueda deducir que para dar solución a la pregunta inicial debe inferir que: La suma de las áreas de las dos piscinas pequeñas debe ser igual al área de la piscina grande.

Por lo tanto, debe reorganizar las piezas del puzzle de tal manera pueda formar la siguiente figura, demostrando así, que el área de la piscina más grande es igual a la suma de las áreas de las dos piscinas pequeñas.



Se le pedirá que responda la siguiente pregunta.

- ¿Qué razones tuviste en cuenta para realizar el diseño que te llevó a dar respuesta a la pregunta inicial de la situación?

**Situación Comunicación (Tiempo 20 minutos)**

Después que cada estudiante ha realizado su representación gráfica y ha dado respuesta las preguntas planteadas se solicitará que se reúnan en grupos de tres estudiantes, (estos grupos serán los conformados inicialmente) para que socialicen sus soluciones planteadas y puedan identificar posibles diferencias y realicen los ajustes necesarios.

Esta fase de comunicación busca que los estudiantes argumenten entre ellos sus gráficos y sus soluciones planteadas. Así:

### **Actividad 2 (Grupos de tres estudiantes)**

Reúnete nuevamente con tus compañeros de grupo inicial y discute con ellos tu representación gráfica del complejo acuático y los aspectos que tuviste en cuenta para dar respuesta a la pregunta planteada.

Responde las siguientes preguntas.

- ¿Encuentras diferencias con las representaciones hechas por tus compañeros? En caso de tener diferencias. Socialicen y ajusten los diseños.
- Elijan el diseño más adecuado y respondan ¿Existe una relación entre las piscinas según el diseño? Justifica la respuesta

Posible respuesta esperada:

- \* Que la suma del área de las dos piscinas pequeñas es igual al área de la piscina grande.
- \* Que la suma de los cuadrados que representan las piscinas pequeñas es igual al cuadrado de la piscina grande.



- ¿Qué expresión matemática permite evidenciar la relación entre las piscinas?

Posible respuesta esperada:

$$* c^2 + c^2 = H^2$$

$$* a^2 + b^2 = c^2$$

Esperando que los estudiantes definan las áreas de las piscinas con expresiones matemáticas. De lo contrario esta pregunta será retomada en la validación para dar en conjunto con los estudiantes una institucionalización matemática, que les permita posteriormente realizar ejercicios de interiorización.

Durante esta actividad el docente realizará ronda por el aula a manera de monitor para prestar la ayuda ajustada que los estudiantes requieran y de igual manera ir identificando los procesos llevados a cabo por los estudiantes.

### **En el papel bond.**

#### **Situación Validación** (Tiempo 20 minutos)

Los estudiantes en grupos de tres, los cuales fueron conformados anteriormente, deberán representar en el papel bond la siguiente situación.

Después que el arquitecto demostró al dueño que no debía gastar más dinero. Este le encomendó la tarea de realizar un nuevo diseño en el cual la medida del lado de la piscina más grande sea de 25m.

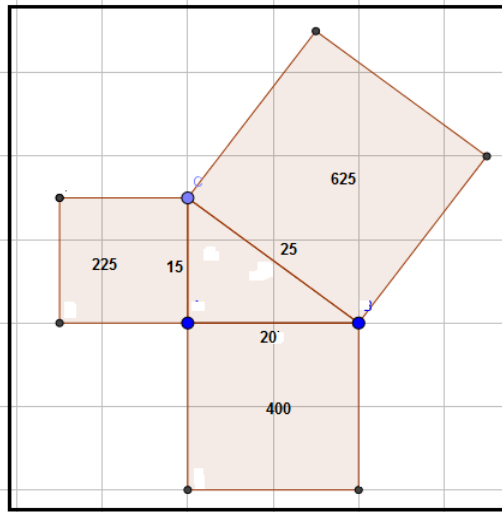
Para lo cual se les solicitará que:

- Representen gráficamente en el papel bond cuales pueden ser las medidas de los lados de las piscinas pequeñas.
- Escriban los pasos que realizaron para determinar las medidas de los lados de las piscinas pequeñas.

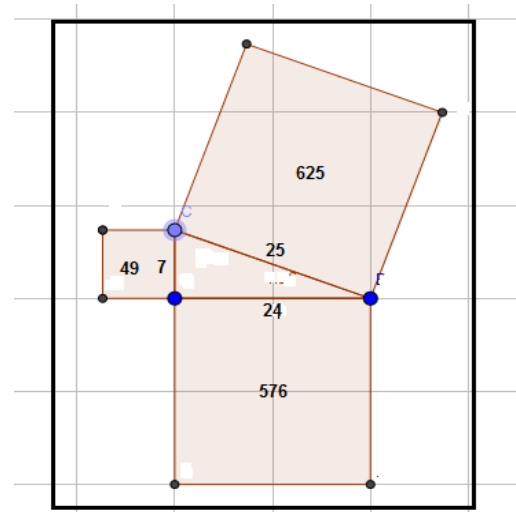
Esta actividad será socializada a los demás compañeros de la clase con el objetivo que argumenten sus soluciones y en conjunto se pueda poner en escena las diferentes posibilidades para el pedido hecho por el dueño de la constructora.

De esta actividad de validación, se espera que los argumentos de los estudiantes sirvan como insumo para la posterior institucionalización.

Se espera que los estudiantes realicen diferentes gráficos como los que se presentan a continuación.



Representación 1



Representación 2

Se espera que en el papel bond para la socialización del ejercicio los estudiantes tengan los cálculos numéricos similares a como se muestra a continuación y puedan argumentar su procedimiento.

Representación 1

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$25^2 = 15^2 + 20^2$$

$$625 = 225 + 400$$

Representación 2

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$25^2 = 7^2 + 24^2$$

$$625 = 49 + 576$$

$$625 = 625$$

$$625 = 625$$

De esta manera se espera que el estudiante que socialice argumente que, al realizar los cálculos, se demuestra que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Sirviendo esto como insumo para institucionalizar el concepto del teorema de Pitágoras.

Para esta actividad el docente durante su recorrido en el aula por los diferentes grupos, identificará los procesos llevados a cabo por los estudiantes para que determine aquellos con soluciones y resultados buenos, regulares y con dificultades para que presenten su solución en la clase. Esto con el fin de identificar los posibles errores en el momento de plantear la solución e ir validando junto con los estudiantes los procesos realizados.

Finalizada la socialización y validación de los procesos por parte de los mismos estudiantes el docente institucionalizará los conceptos trabajados en la clase.

### **Fase Institucionalización** (Tiempo 20 minutos)

De la fase de la validación se espera de los estudiantes el concepto del teorema de Pitágoras.

Posible enunciado por parte de los estudiantes: “En un triángulo rectángulo la suma de las áreas de los lados pequeños es igual al área del lado mayor”

Es así como el docente afinará los conceptos establecidos por los estudiantes.

Para ello se les pedirá a los estudiantes dar respuesta a las siguientes preguntas.

- ¿Será posible aplicar la definición o fórmula a un triángulo que no sea rectángulo?

Se espera que el estudiante reflexione y proponga que se debe experimentar con un triángulo que no sea rectángulo, realizando la construcción de los cuadrados sobre sus lados, para comprobar la fórmula.

- ¿Qué se debe tener en cuenta para que la formula siempre pueda ser aplicada?

Se espera que el estudiante argumente que, por la demostración hecha anteriormente, solo se cumple para triángulos rectángulos, es decir aquellos que tienen un ángulo recto.

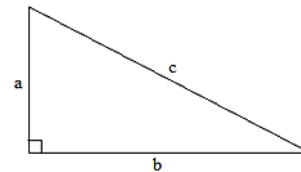
- ¿Identifican o reconocen el concepto que se ha trabajado en la situación problema?
- Se espera que algunos estudiantes respondan, que se trata del teorema de Pitágoras.

Nuevamente se les preguntará si recuerdan el enunciado, para que sea institucionalizado y copiado en el cuaderno de la siguiente manera.

El teorema de Pitágoras establece que: “La suma de las áreas de los cuadrados contruidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa” (Godino, 2004, p.320).

Y su representación Simbólica:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Si terminada la institucionalización queda tiempo, se planteará el siguiente ejercicio y se pedirá que voluntariamente pase alguien al tablero a resolverlo.

*En el conjunto un pintor apoya una escalera de 10m de longitud sobre la pared. El pie de la escalera se encuentra a 3m de la pared. ¿Qué altura aproximada alcanza la escalera sobre la pared?*

Con la realización de este ejercicio se pretende evidenciar la interiorización del concepto del teorema de Pitágoras y su aplicación a ejercicios cotidianos.

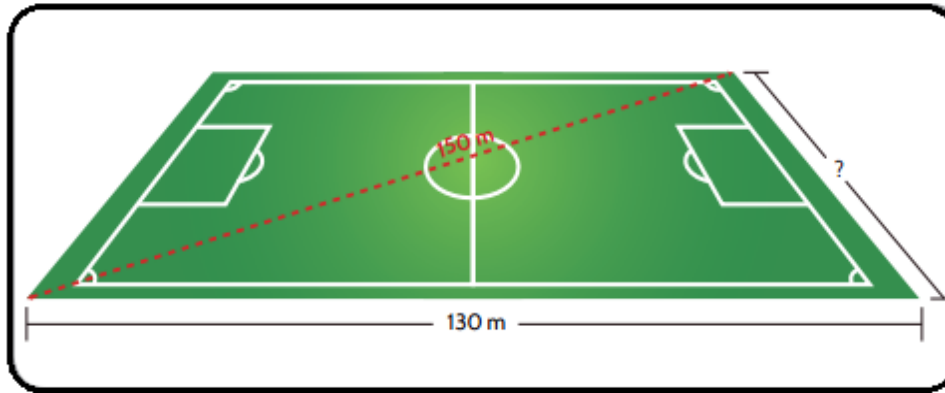
Por último, se asignará a los estudiantes 3 ejercicios para que den respuesta de manera individual y los cuales se revisarán en el próximo encuentro.

Esto hace parte del proceso de ejercitación de los contenidos que pretenden reforzar la interiorización del concepto trabajado por parte de los estudiantes.

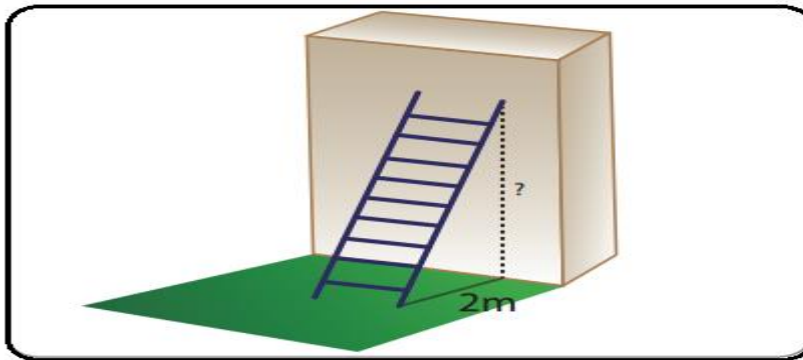
### **Trabajo de Interiorización para la casa**

Resuelve cada uno de los ejercicios aplicando el concepto trabajado en clase.

- 1 Si una cancha de fútbol mide 130 metros de largo y la longitud de una de sus diagonales es de 150 metros. ¿cuál es el ancho del campo de juego?



2. Se tiene una escalera de 8 m recostada a una pared, y separada de la pared 2m ¿qué altura de la pared alcanza la escalera?



3. Identifique una situación de su casa o entorno en el cual se deba aplicar el teorema de Pitágoras. Plantee la situación y luego resuélvala.

**Actividad 1** (Individual)**GUIA DEL ESTUDIANTE****Complejo acuático**

Un conjunto cerrado en la ciudad desea construir un complejo acuático como el que se presenta en la figura. El arquitecto de la obra desea colocar un kiosco de forma triangular con un ángulo recto que pueda atender a los usuarios de cada una de las piscinas. Las piscinas fueron construidas todas con la misma profundidad. Pero cuando llenaron la piscina más grande, este filtro el agua pasando a las otras dos y después de un rato se llenaron las dos más pequeñas, quedando vacía la más grande.



Figura 1. Complejo acuático

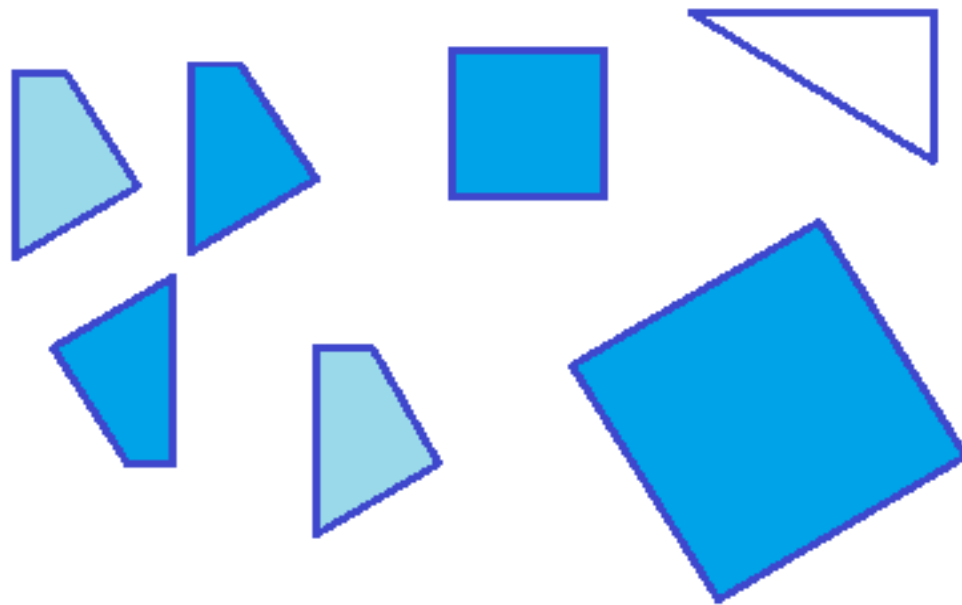
Tomado de: [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G\\_9/M/SM/SM\\_M\\_G09\\_U02\\_L05.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L05.pdf)

El dueño de la constructora se molesta por lo sucedido y piensa que ahora tendrá que gastar más dinero que el que presupuestó, porque cree que la piscina grande contiene más agua que las dos pequeñas, pero el arquitecto le indica que el contenido de agua de las dos piscinas pequeñas es totalmente igual al de la piscina grande.

**¿Por qué será que el dueño de la constructora no tendrá que gastar más dinero en llenar la piscina mayor que si tuviera que llenar las dos piscinas pequeñas?**

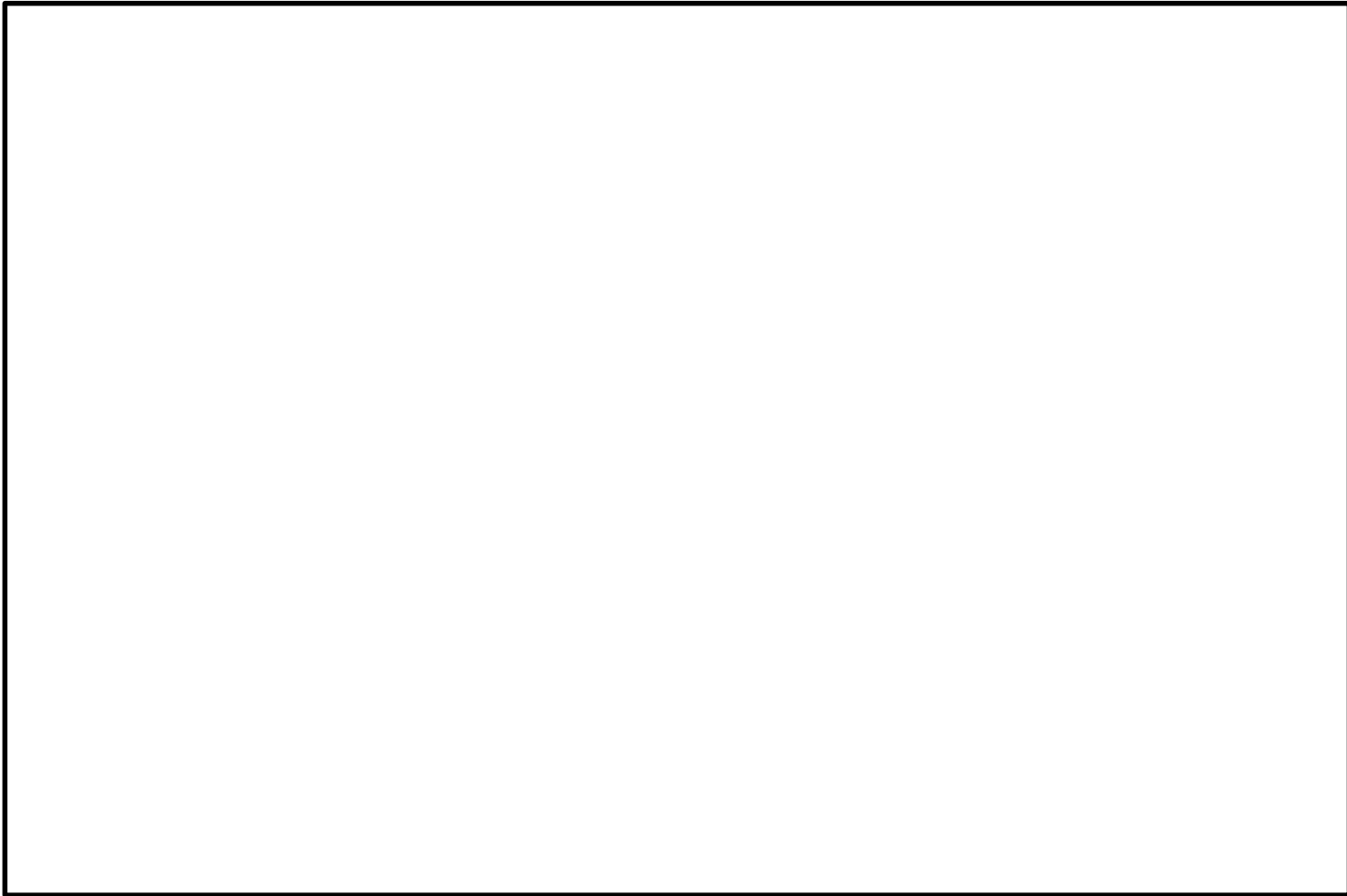


Las siguientes piezas, fueron utilizadas por el arquitecto para el diseño del complejo acuático. Observa la cantidad de piezas y utilízalas para dar respuesta a la pregunta planteada.



Estas piezas serán proporcionadas por el docente.

Utiliza el siguiente cuadro para pegar tu gráfico final.



Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta la anterior construcción.

1. ¿Qué características de la situación tuviste en cuenta para organizar las piezas del diseño?

---

---

---

2. ¿Escribe los pasos que realizaste en el diseño para dar respuesta a la pregunta inicial de la situación?

---

---

---

### **Actividad 2** (Grupos de tres estudiantes)

Reúnete nuevamente con tus compañeros de grupo inicial y discute con ellos tu representación gráfica del complejo acuático y los aspectos que tuviste en cuenta para dar respuesta a la pregunta planteada.

Responde las siguientes preguntas.

3. ¿Encuentras diferencias con las representaciones hechas por tus compañeros? En caso de tener diferencias. Socialicen y ajusten los diseños.

---

---

4. Elijan el diseño más adecuado y definan la relación que existe entre las piscinas.

---

---

5. ¿Qué expresión matemática permite evidenciar la relación entre las piscinas?

**En el papel bond.**

Después que el arquitecto demostró al dueño que no debía gastar más dinero. Este le encomendó la tarea de realizar un nuevo diseño en el cual la medida del lado de la piscina más grande sea de 25m.

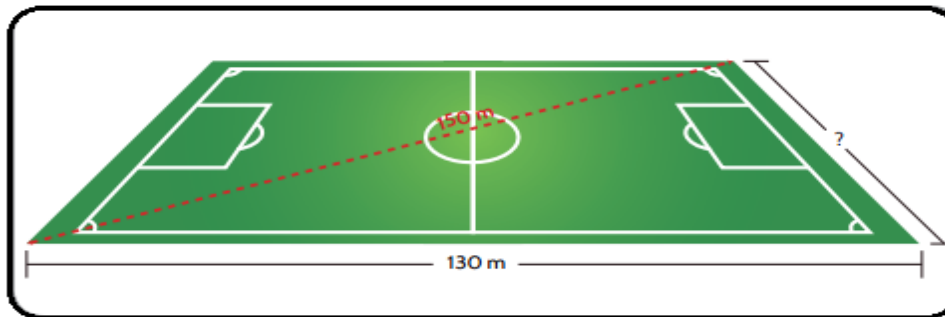
6. Representen gráficamente en el papel bond cuales deben ser las medidas de los lados de las piscinas pequeñas.
7. Escriban los pasos realizados para determinar las medidas de los lados de las piscinas pequeñas.

Esta actividad será socializada a los demás compañeros de la clase.

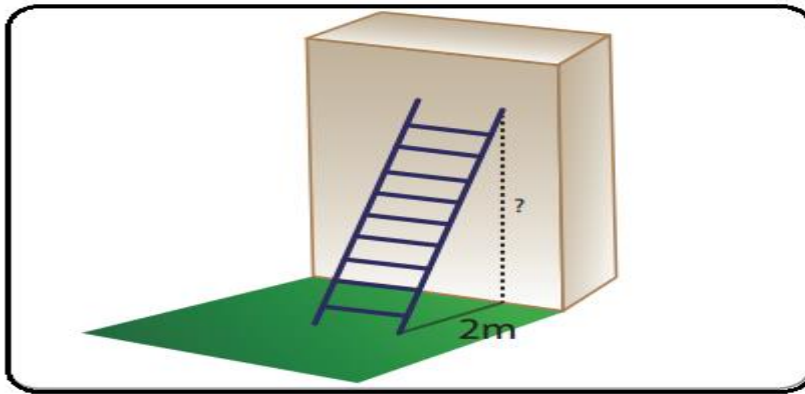
**Trabajo de Interiorización para la casa**

Resuelve cada uno de los ejercicios aplicando el concepto trabajado en clase.

1. Si una cancha de fútbol mide 130 metros de largo y la longitud de una de sus diagonales es de 150 metros. ¿cuál es el ancho del campo de juego?



2. Se tiene una escalera de 8 m recostada a una pared, y separada de la pared 2m ¿qué altura de la pared alcanza la escalera?



3. Identifique una situación de su casa o entorno en el cual se deba aplicar el teorema de Pitágoras...Plantee la situación y luego resuélvela.

### Sesión de clase No. 2

110 minutos

### APLICANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS

#### Objetivo:

- Identificar el teorema de Pitágoras y aplicarlo para resolver situaciones que pueden darse en la vida cotidiana

Se inicia la clase realizando la revisión y correspondiente corrección de la tarea, realizando los ejercicios en el tablero, se solicitará que voluntariamente pasen al tablero a realizar los ejercicios. (10 minutos)

### Acercamiento a la situación problema. (15 minutos)

Para iniciar con la situación planteada el docente realizará la siguiente actividad.

### Aparatos tecnológicos

Se le presentará a los estudiantes imágenes de aparatos electrónicos como los siguientes:



Se les solicitará a los estudiantes que observen bien e identifiquen las diferentes características de cada uno de los aparatos electrónicos, dando respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué capacidad de almacenamiento tiene cada uno?
- ¿Qué tipo de procesador tienen?
- ¿Cuál es la dimensión de la pantalla?

Las siguientes son algunas de las características que se espera que identifiquen:

- La capacidad de la memoria. (en celulares y computadores)
- El sistema operativo y el tipo de procesador. (en celulares y computadores)
- El tamaño de la pantalla.

Para esta actividad se hará mayor relevancia en el tamaño de las pantallas.

Para ello se les preguntará:

- ¿De qué manera se mide el tamaño de la pantalla de estos aparatos?

Se espera que la posible respuesta sea que se mide en forma diagonal de la pantalla.

- ¿En qué unidades se dan el tamaño de la pantalla?

Como se puede observar esta en pulgadas. A lo que posteriormente se les preguntará

¿A cuántos cm equivale una pulgada?

Teniendo en cuenta que la conversión es  $1'' = 2,54$  cm, se espera que digan que 2,5cm aproximadamente. De no conocer la respuesta se les brindará el dato para que pueda ser utilizado en la siguiente pregunta.

¿A cuántos cm equivale la pantalla del computador de la imagen?

Se espera que realice la operación  $14'' \times 2,54 \text{ cm} = 35,56$ . O aproximadamente 36cm.

Por ultimo para acercar al estudiante nuevamente al concepto del teorema de Pitágoras visto en clase anterior, se le preguntara:

- ¿Es posible determinar el valor de la medida de la altura y el largo de cada uno de los aparatos de las imágenes?

Posibles respuestas.

- Si, aplicando el teorema de Pitágoras
- No, Porque se debe conocer al menos la mediada de uno de sus lados no diagonal.



- Si un televisor de 40" tiene una altura de 45cm. ¿Cuál es el valor aproximado del largo?

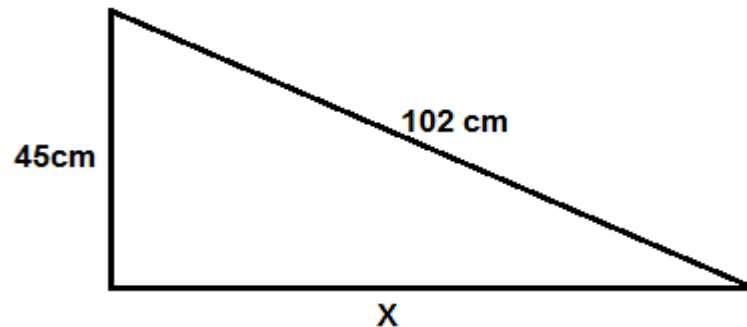
Se solicitará voluntariamente para que un estudiante lo resuelva en el tablero.

Se espera que el estudiante realice la conversión necesaria a cm y luego aplique el teorema de Pitágoras.

Solución:

$$40'' \times 2,54\text{cm} = 102 \text{ cm aproximadamente}$$

Por lo tanto, el gráfico de la situación debe quedar así:



Luego aplicando la fórmula de Pitágoras

$$102^2 = x^2 + 45^2$$

$$102^2 - 45^2 = x^2$$

$$10404 - 2025 = x^2$$

$$8379 = x^2$$

$$\sqrt{8379} = \sqrt{x^2}$$

$$91,5 = x$$

Las respuestas obtenidas por los estudiantes y los datos se escribirán en el tablero como referente para la solución de posteriores ejercicios.

**Situación Acción** (Tiempo 20 minutos)

**Actividad 1 (Individual)**

El docente planteará la siguiente situación problema.

**Zonas de entretenimiento.**

Resulta que el dueño de la constructora esta vez, realiza la compra de 10 televisores de 43", como los que se muestran a continuación, para ubicarlos en las zonas de entretenimiento que tendrá el conjunto cerrado.



Por tal motivo le encomienda a un ebanista, construir muebles con las siguientes especificaciones.



Cuando el trabajador que diseñó los muebles los trajo, los televisores no pudieron ser ubicados.

Por lo que el dueño de la constructora se molestó con el trabajador diciéndole que los diseñó con las medidas incorrectas y decidió que no le pagaría por los muebles.

A lo que el trabajador respondió: Que él diseñó los muebles con las medidas correctas, por lo tanto, no era su culpa, pero no sabe cómo demostrarle al dueño de la constructora su argumento

1. ¿Podrías determinar quién tiene la razón?
2. ¿De qué manera puedes determinarlo? Explica con tus propias palabras
3. Escribe algunas de las posibles medidas que debe tener el mueble para evitar esta discusión, entre el dueño de la constructora y el trabajador.

Se espera que el estudiante identifique, que se debe hallar la diagonal del mueble y compararla con la diagonal de la pantalla del televisor.

Por lo tanto, se espera que su posible respuesta sea:

Aplicando el teorema de Pitágoras se puede hallar la diagonal del mueble y así demostrar quién tiene la razón.

**Situación Comunicación** (Tiempo 20 minutos)

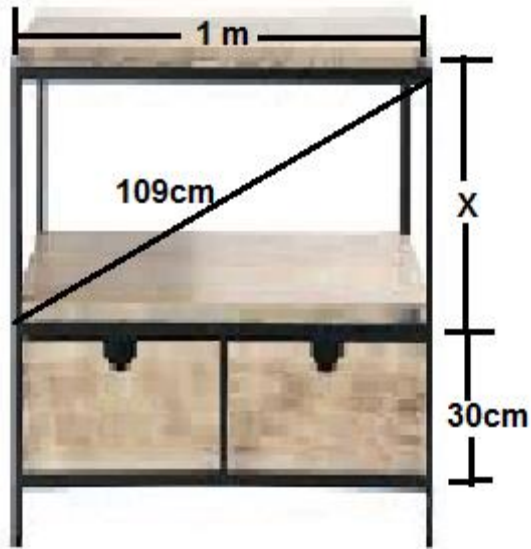
Después que cada estudiante ha interpretado la situación y ha planteado una posible solución se solicitará que se reúnan en grupos de tres estudiantes, para que socialicen sus soluciones planteadas y puedan identificar posibles diferencias y realicen los ajustes necesarios.

**Actividad 2** (Grupos de tres estudiantes)

Discute con tus compañeros las siguientes preguntas.

4. Según los planteamientos realizados por tus compañeros ¿coinciden en quien tiene la razón en la situación planteada? Justifica tu respuesta.  
Se espera que los integrantes de cada grupo discutan sobre quien tiene la razón. De no coincidir deben argumentar entre sí su solución y llegar a un consenso.
5. De todos los planteamientos utilizados en el grupo, determinen el más adecuado para dar solución al problema planteado.  
Se espera que comparen entre ellos los procedimientos realizados y determinen el más adecuado para explicar la solución a la situación planteada.
6. Si el dueño de la constructora insiste en que la medida del largo del mueble debe ser de 1m. Cuáles son las posibles medidas de la altura, donde va el televisor, para que pueda ser ubicado adecuadamente.

Se espera que los estudiantes utilicen la fórmula de Pitágoras  $c^2 = a^2 + b^2$  para determinar las posibles medidas de la altura del mueble así:



$$109^2 = x^2 + 100^2$$

$$102^2 - 100^2 = x^2$$

$$11881 - 10000 = x^2$$

$$1881 = x^2$$

$$\sqrt{1881} = \sqrt{x^2}$$

$$43,4 = x$$

Por lo tanto, se espera que el estudiante argumente que las posibles medidas de la altura deben ser de 43,4cm o mayores, conservando el largo de 1m.


### **En el papel bond.**

#### **Situación Validación** (Tiempo 25 minutos)

Los estudiantes en grupos de tres estudiantes, los cuales fueron conformados anteriormente, se les pedirán que representen en el papel bond la solución planteada en los numerales 1, acerca de quién tiene la razón y el numeral 6, sobre las posibles medidas del largo del mueble para el televisor.

Se espera que en el papel bond los estudiantes hayan llegado al consenso que: El dueño de la constructora envió mal las medidas y por lo tanto el trabajador tiene la razón. Para esta argumentación se espera que los estudiantes planteen el procedimiento para hallar la diagonal del mueble y la puedan comparar con la diagonal del televisor.

Se espera que en el papel bond para la socialización del ejercicio los estudiantes tengan los procedimientos similares a como se muestra a continuación.



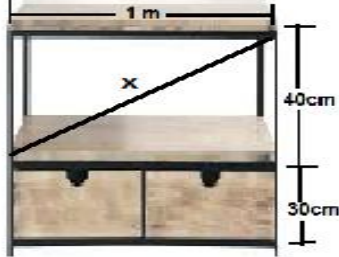
SMART TV LED 43" FHD (109 cm)  
43L1-573T/ITEM 13415 / 250 Lind

Se observa que el televisor tiene una diagonal de 109cm

como  
**109 > 107,7**

Entonces el televisor no cabe en el mueble.

R/, Por lo tanto el trabajador tiene la razón



$$x^2 = 100^2 + 40^2$$

$$x^2 = 10000 + 1600$$

$$x^2 = 11600$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{11600}$$

$$x = 107.7$$

Finalizada la socialización y validación de los procesos por parte de los mismos estudiantes el docente institucionalizará los conceptos trabajados en la clase.

### Fase Institucionalización (Tiempo 20 minutos)

De la fase de la validación se espera que los estudiantes puedan identificar el teorema de Pitágoras como un recurso útil para la solución de problemas de la vida cotidiana.

En esta última sesión se pretende institucionalizar en los estudiantes la aplicación del teorema de Pitágoras para la solución en diferentes contextos, por ejemplo:

- Para determinar la diagonal de un cuadrado o un rectángulo.
- Para hallar la altura de un triángulo, un trapecio.

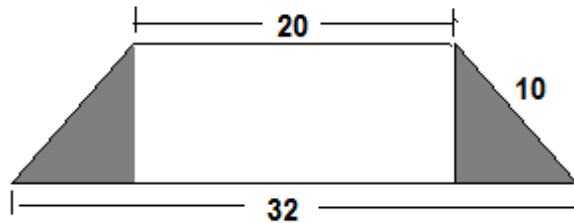


- Para el cálculo de perímetros y áreas

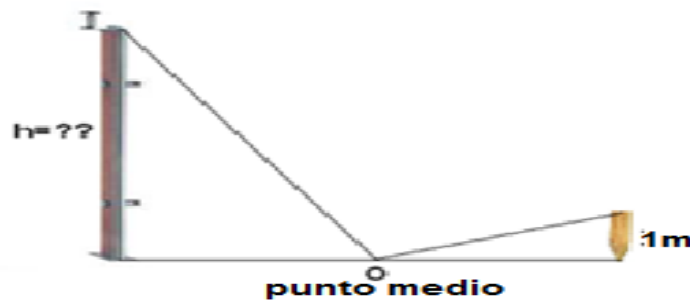
Seguidamente se propondrán algunos ejercicios en el tablero para que puedan ser solucionados por los estudiantes con orientaciones por parte del docente.

### Aplicaciones del teorema de Pitágoras

1. Halle el área de la región sombreada en la siguiente figura.



2. Para hallar la altura de un poste, unos obreros colocan una estaca de 1m de altura a 8m de distancia del poste. Luego templan un lazo de 40m de longitud desde un punto superior del poste hasta la mitad de la distancia que separa el poste de la estaca, y de allí la llevan al punto superior de la estaca. ¿Cuál es la altura del poste?



3. Se propone a los estudiantes plantear una situación y resolverla, utilizando la siguiente información:

Niño, cometa, cuerda, 92m

## GUÍA DEL ESTUDIANTE

**Actividad 1** (Individual)**Zonas de entretenimiento.**

Resulta que el dueño de la constructora esta vez, realiza la compra de 10 televisores de 43", como los que se muestran a continuación, para ubicarlos en las zonas de entretenimiento que tendrá el conjunto cerrado.



Por tal motivo le encomienda a un ebanista, construir muebles con las siguientes especificaciones.



Cuando el trabajador que diseñó los muebles los trajo, los televisores no pudieron ser ubicados.

Por lo que el dueño de la constructora se molestó con el trabajador diciéndole que los diseñó con las medidas incorrectas y decidió que no le pagaría por los muebles.

A lo que el trabajador respondió: Que él diseñó los muebles con las medidas correctas, por lo tanto, no era su culpa, pero no sabe cómo demostrarle al dueño de la constructora su argumento.

1. ¿Podrías determinar quién tiene la razón?
2. ¿De qué manera puedes determinarlo? Explica con tus propias palabras

3. Escribe algunas de las posibles medidas que debe tener el mueble para evitar esta discusión, entre el dueño de la constructora y el trabajador.

**Actividad 2** (Grupos de tres estudiantes)

Discute con tus compañeros las siguientes preguntas.

4. Según los planteamientos realizados por tus compañeros ¿coinciden en quien tiene la razón en la situación planteada? Justifica tu respuesta.
5. De todos los planteamientos utilizados en el grupo, determinen el más adecuado para dar solución al problema planteado.
6. Si el dueño de la constructora insiste en que la medida del largo del mueble debe ser de 1m. Cuáles son las posibles medidas de la altura, donde va el televisor, para que pueda ser ubicado adecuadamente. Realiza un gráfico que represente la situación.

**En el papel bond.**

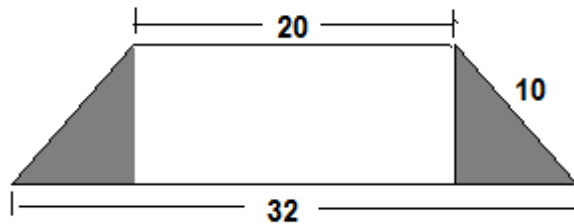
- Representen la solución planteada en el numeral 1, después de llegar a un consenso por la más adecuada.
- Representa el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta del numeral 6.
- Argumenta en el papel bond quien tiene la razón.

**Ejercicios:** (Tiempo 15 minutos)

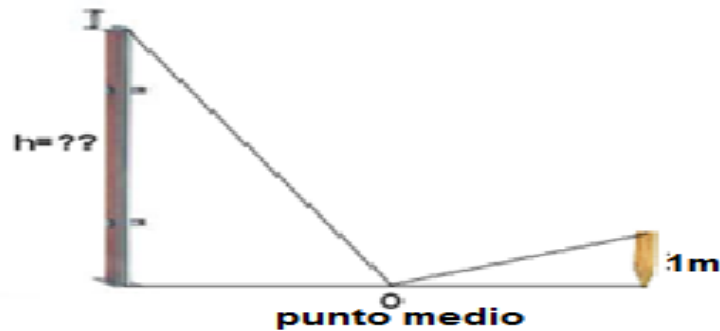
**Aplicaciones del teorema de Pitágoras**

**Realice los siguientes ejercicios en parejas**

1. Halle el área de la región sombreada en la siguiente figura.



2. Para hallar la altura de un poste, unos obreros colocan una estaca de 1m de altura a 8m de distancia del poste. Luego templan un lazo de 40m de longitud desde un punto superior del poste hasta la mitad de la distancia que separa el poste de la estaca, y de allí la llevan al punto superior de la estaca. ¿Cuál es la altura del poste?



3. Plantear una situación y resolverla, utilizando la siguiente información: Niño, cometa, cuerda, 92m.

**Sesión de clase No. 3**

110 minutos

**CAMPO DE FUTBOL****Objetivo:**

- Hacer conexiones entre el teorema de Pitágoras y el mundo real.

Se inicia la clase realizando la revisión y correspondiente corrección de la tarea, realizando los ejercicios en el tablero, se solicitará que voluntariamente pasen al tablero a realizar los ejercicios. **(10 minutos)**

**Acercamiento a la situación problema** (Tiempo 10 minutos):

Para abordar esta situación, se revisa brevemente las concepciones que tiene los estudiantes sobre los triángulos rectángulos y se resuelve cualquier inquietud que tengas los estudiantes antes de proseguir con el tema. En el acercamiento se realizarán las siguientes preguntas, con el fin de evaluar los conceptos teóricos de los estudiantes sobre geometría básica:

- ¿Qué define un triángulo rectángulo?
- ¿Cuál es el área de un cuadrado?
- ¿Cómo se relacionan los lados en un triángulo rectángulo?
- ¿De qué manera podemos hallar la medida de un diagonal en un rectángulo?

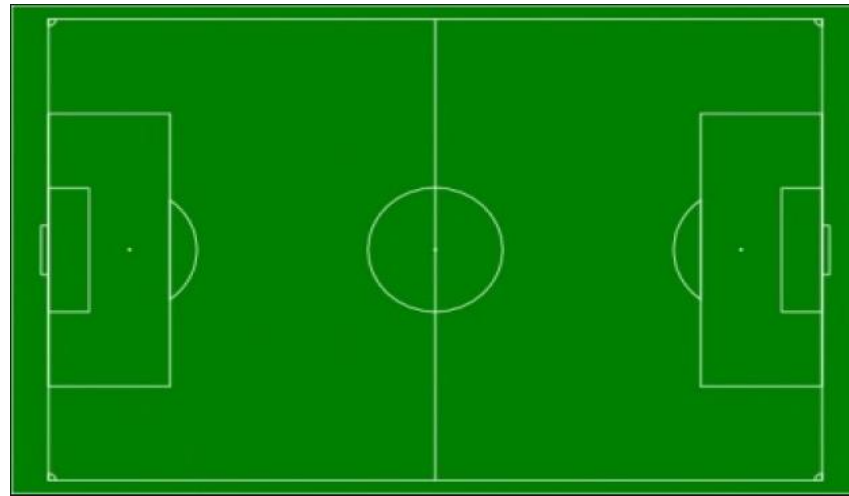
Algunas de las respuestas esperadas son:

- Un triángulo rectángulo es cualquier triángulo con un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados
- El área de un cuadrado es lado por lado
- Los ángulos y los lados opuestos se relacionan mediante el teorema de Pitágoras.
- Utilizando el teorema de Pitágoras.

Posteriormente, para dar pie al siguiente problema, el docente realiza la siguiente pregunta:

- ¿Han visto un campo de futbol?
- ¿Conocen los elementos de un campo de futbol?
- ¿Qué forma geométrica tiene el campo de futbol?
- ¿Han notado en un juego de qué manera se mueve el árbitro en la cancha?

Si los estudiantes responden con una negativa, el docente procederá a hacer un bosquejo de un campo de futbol:



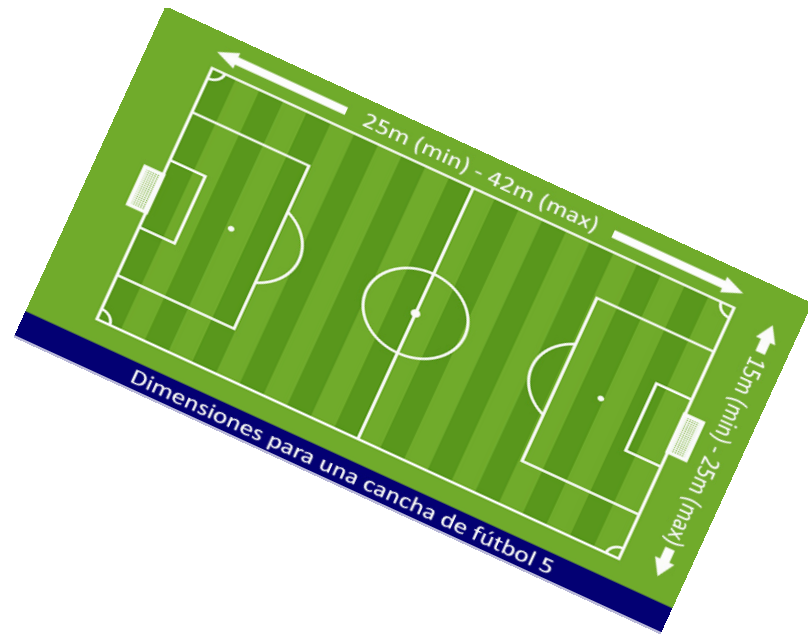
Se espera que los estudiantes visualicen que el campo de futbol está representado por un rectángulo, el cual contiene otras figuras geométricas en el interior.



**Situación acción** (20 minutos)

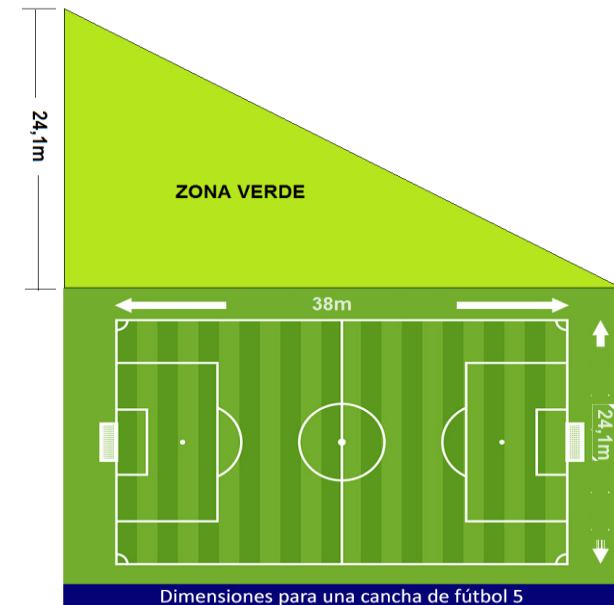
El dueño de la constructora cuenta con un terreno de  $960m^2$  para la construcción de un campo de fútbol 5, con una zona verde en forma de triángulo rectángulo a un costado. El dueño de la constructora le solicita al arquitecto un diseño en el cuál el campo de fútbol no sea menor a los  $900m^2$  y su diagonal conserve una medida de 45m. Además, uno de los catetos del triángulo de la zona verde debe tener la misma medida que el ancho del campo de fútbol.

Para esto le entrega un dibujo del campo de fútbol y los rangos de las medidas.



¿Cómo debe ser el diseño del campo de fútbol 5, teniendo en cuenta los datos de la situación planteada?

Se espera que los estudiantes realicen el bosquejo del campo de fútbol 5. Similar a los presentados a continuación, teniendo en cuenta que el área debe estar en el rango de  $[900m^2 - 960m^2]$ .



### Situación Comunicación (20 minutos)

Después que los estudiantes intentan dar solución al problema, posteriormente se les pide a los estudiantes que se reúnan en pequeños grupos y socialicen la respuesta. Se pedirá a los estudiantes que formen grupos diferentes a los que ya han formado anteriormente. Los estudiantes podrán compartir su idea de la solución.

El docente estará pendiente de las respuestas e ideas que asuman los alumnos y resolverá las dudas que ellos tengan, con el fin que los estudiantes puedan acercarse a la respuesta correcta.

La respuesta que se espera es el cálculo de uno de los catetos. Pues en este caso los estudiantes intuirán que la diagonal de 45m es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Por lo tanto, deben inferir el valor de un cateto y hallar el otro, de tal manera que la multiplicación de los catetos no se inferior a 900.

Después de que los estudiantes tienen tiempo para socializar el problema, se hace un balance de la idea que tienen los estudiantes acerca de la respuesta. Se pide que en consenso elijan un solo diseño para ser presentado al grupo.

#### **Situación validación (25 minutos)**

Los estudiantes continuarán en los grupos anteriormente formados. Se pide a los estudiantes que realicen el diseño escogido en el papel bond, dónde se justifique el procedimiento realizado y la respuesta a la siguiente pregunta:

- **¿El dueño de la constructora desea saber cuántos metros de cerca necesitará para encerrar la zona verde?**

El docente solicitará a cada grupo que elijan un vocero para que explique el procedimiento realizado, esperando que se evidencie en la validación la aplicación del teorema de Pitágoras. Por parte de los estudiantes.

#### **Institucionalización (10 minutos)**

Se les explicará a los estudiantes que ya se ha planteado el teorema de Pitágoras, el cual se representa mediante la expresión:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Por lo tanto, que de esta expresión se puede establecer otras dos, que hacen referencia, para hallar el valor de un cateto. Las cuales quedarían así:

$$a^2 = c^2 - b^2$$

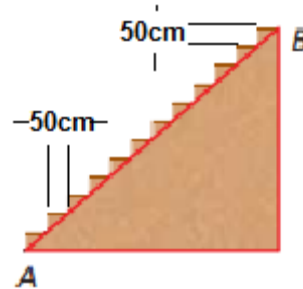
$$b^2 = c^2 - a^2$$

Por lo tanto, las anteriores expresiones me ayudan a determinar el valor de uno de los lados del triángulo rectángulo, conociendo los otros dos.

Para afianzar un poco más la aplicación de la expresión en situaciones cotidianas, se resolverá el siguiente ejemplo en el tablero, con la participación de los estudiantes.

**Problema:**

Hay 12 escalones en la escalera, cada escalón tiene de ancho y de largo 50cm.

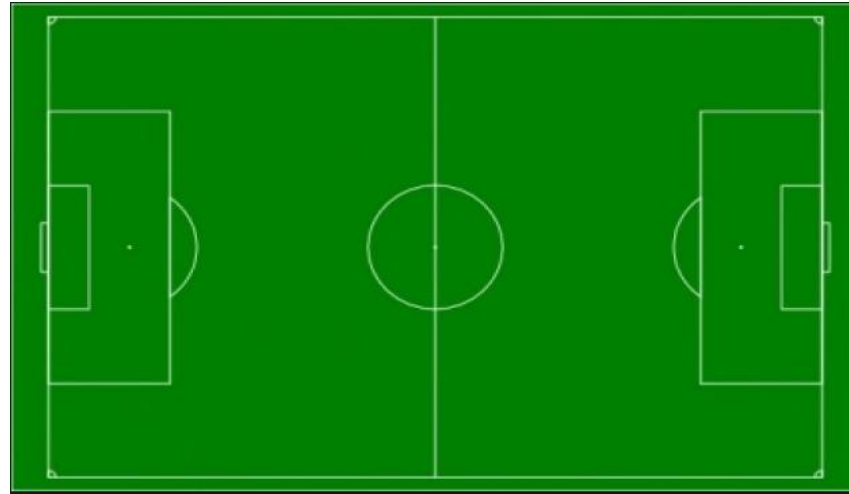


- Encuentre la distancia desde el punto A al Punto B.
- ¿Cuál será la altura de la escalera si la base tiene una longitud de 7m?

**Actividad de interiorización** (15 minutos) - Individual

Para dar ejecución a esta actividad, se pide a los estudiantes que vuelvan a sus puestos, y se propone el siguiente enunciado para que los estudiantes desarrollen de manera individual:

Miguel visitó un amigo en otro conjunto cerrado, el cual también contaba con un campo de futbol. En este campo de futbol, la distancia entre una de las canchas y el punto medio es de 40m. Miguel se enteró que la diagonal del campo mide 90m y desea saber cuál es el área total del campo de futbol.



- Miguel determinó que el área total del campo de fútbol es de  $3600m^2$

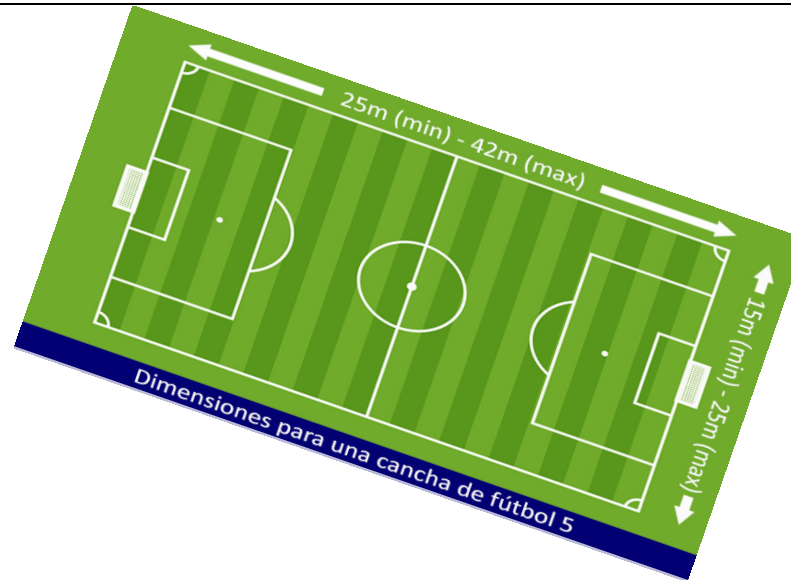
**¿Estás de acuerdo con Miguel? Justifica tu respuesta**

Se espera que el estudiante realice los procedimientos adecuados, utilizando el teorema de Pitágoras, para poder justificar su respuesta.

**Actividad 1****GUIA DEL ESTUDIANTE****CAMPO DE FÚTBOL**

El dueño de la constructora cuenta con un terreno de  $960m^2$  para la construcción de un campo de futbol 5, con una zona verde en forma de triángulo rectángulo a un costado. El dueño de la constructora le solicita al arquitecto un diseño en el cuál el campo de futbol no sea menor a los  $900m^2$  y su diagonal conserve una medida de 45m. Además, uno de los catetos del triángulo de la zona verde debe tener la misma medida que el ancho del campo de futbol.

Para esto le entrega un dibujo del campo de futbol y los rangos de las medidas.



**¿Cómo debe ser el diseño del campo de futbol 5, teniendo en cuenta los datos de la situación planteada?**

**Actividad 2 (Grupos de tres estudiantes)**

- Discute con tus compañeros la solución planteada y elijan un solo diseño que consideren el más adecuado para representar la situación planteada.
- Escribe el procedimiento realizado y el valor total del área que representa el diseño escogido.

**Actividad 3 (Papel bond)**

Realicen el diseño escogido en el papel bond, dónde se justifique el procedimiento realizado y la respuesta a la siguiente pregunta:

- **¿El dueño de la constructora desea saber cuántos metros de cerca necesitará para encerrar la zona verde?**
- Cuando tengan el diseño y el procedimiento, este será socializado con el grupo.

#### **Actividad 4**

**Interpreta la situación planteada y justifica tu respuesta.**

Miguel visitó un amigo en otro conjunto cerrado, el cual también contaba con un campo de futbol. En este campo de futbol, la distancia entre una de las canchas y el punto medio es de 40m. Miguel se enteró que la diagonal del campo mide 90m y desea saber cuál es el área total del campo de futbol.





- Miguel determino que el área total del campo de futbol es de  $3600m^2$

**¿Estás de acuerdo con Miguel? Justifica tu respuesta**

*Institución Educativa*  
**MARÍA DOLOROSA**  
CONTRATO DIDÁCTICO  
2017

**Asignatura:** Matemáticas

**Docente:** Jorge Alexander Buitrago Valencia

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

A continuación, se relacionan algunas de las normas y responsabilidades que deben ser cumplidas tanto por el estudiante como por el docente.

<b>1. Duración del contrato:</b> 6 horas		
<b>2. Responsabilidades</b>		
<b>Responsabilidades del docente</b>	<b>Responsabilidades del estudiante</b>	
Explicar con antelación los objetivos, los materiales y la situación a resolver.	Disponer en clase del material didáctico solicitado por el docente.	
Monitorear los procesos de aprendizaje y ofrecer las ayudas ajustadas necesarias	Realizar las actividades y propuestas y realizar las consultas necesarias	tas
Orientar al alumno en su aprendizaje y tener disposición hacia las consultas.	Incorporar sus saberes previos para el estudio del tema a desarrollar	
Controlar las actividades y productos realizados por los estudiantes.	Cumplimiento de las actividades asignadas en la forma y el tiempo previsto.	el
Desarrollar e institucionalizar los contenidos conceptuales, teniendo en cuenta los aportes y las consultas de los estudiantes.	Incorporar los contenidos conceptuales desarrollados en clase como saber previo, para posteriores conceptos.	
<b>3. Acciones para tener éxito en la resolución de este contrato:</b>		
<b>Acciones del Docente</b>	<b>Acciones del estudiante</b>	
Constante proceso de interacción con los estudiantes.	Aplicar habilidades para resolver problemas	
Orientaciones precisas a los interrogantes de los estudiantes.	Comunicación para el trabajo en equipo	
Proporcionar y garantizar, los espacios, recursos y el tiempo necesario para el desarrollo de las actividades individual y en grupo.	Establecer metas, organizando el tiempo, el espacio y los recursos de forma individual y en grupo.	y
Respetar y valorar las apreciaciones y aportes de los estudiantes.	Valorar y respetar las apreciaciones de sus compañeros.	

Revisar y ajustar las actividades desarrolladas por los estudiantes.	Realizar y entregar oportunamente las actividades propuestas.	
<b>4. Objetivos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer que la matemática forma parte de la vida cotidiana</li> <li>• Despertar interés por la geometría, relacionando elementos y utilizándolos en situaciones problemáticas.</li> <li>• Lograr la resolución de problemas mediante la utilización saberes previos a partir de una situación problemática</li> <li>• Interpretar, comunicar, graficar y expresar una situación problema en lenguaje matemático.</li> </ul>		
<b>5. Criterios de evaluación.</b> La evaluación se realizará durante el inicio, proceso y cierre de la actividad, teniendo en cuenta: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Participación en clase. (Motivación e interés)</li> <li>• Exposición de ejercicios planteados. (Construcción de conocimientos matemáticos)</li> <li>• Desarrollo de actividades propuestas.</li> <li>• Evaluación escrita al final de la unidad didáctica.</li> </ul>		
_____ Docente	_____ Estudiante	

#### 4. Anexo 4: Diccionario

## Universidad Tecnológica de Pereira

### Maestría en Ciencias de la Educación

### Línea de Matemáticas

A continuación, se presenta la operacionalización teórica y operativa de las categorías, subcategorías e indicadores del instrumento de recolección de información.

#### Secuencia didáctica

<b>Categoría, subcategoría, indicador</b>	<b>Definición teórica</b>	<b>Definición operacional</b>	<b>Referente bibliográfico</b>	<b>Página</b>
Categoría 1  La secuencia didáctica	Se entiende por secuencia didáctica desde la propuesta de Neus Sanmartí (2000), como “el conjunto de actividades secuenciadas y organizadas” (Sanmartí, 254, p. 254), intencionadas por el docente, “teniendo en cuenta tanto los contenidos a introducir como	Se entiende la secuencia didáctica como el conjunto de actividades planeadas por el docente en marco de la indagación, con el fin de enseñar un objeto matemático desde dos aspectos de gran relevancia	Bustos, A. (2011). Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje	

	<p>las características y diversidad” (Sanmartí, 2000, p. 254) de los estudiantes que conforman el grupo que, mediante “situaciones propicias” (Sanmartí, 2000, p. 254) de presentación de los saberes, facilitan el posible “flujo de interacciones” (Sanmartí, 2000, p. 254) entre los estudiantes, y entre los estudiantes y el profesor en el marco de las situaciones didácticas (Brousseau, 2007), en su interrelación con las fases de la Indagación práctica (Bustos 2011, p. 102 - 103), donde el educando podrá actuar a “nivel manipulativo y de pensamiento” (Sanmartí, 2000, p. 254) sobre un objeto matemático determinado, para que sus ideas evolucionen, y pueda construir sus nuevos conocimientos.</p>	<p>como son: la actividad medular a partir de “experiencias de acceso directo al aprendizaje” (Sanmartí, 2002. Citado por González, 2012, p. 89), y los momentos de la clase flexible (González, 2012, p. 89). Cada uno de estos aspectos, con sus respectivos indicadores que permiten la presentación de los saberes matemáticos a los educandos.</p>	<p>basados en la comunicación</p> <p>Asíncrona escrita. Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.</p> <p>González-Weil, C., Cortez, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., ... &amp; Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Estudios pedagógicos (Valdivia), 38(2), 85-102.</p> <p>Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones</p> <p>Didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didáctico/Didactic</p>	
--	--	---	--	--

			to Algebra Study (Vol. 7). Libros del Zorzal.	
			Sanmartí, N. (2000). El diseño de unidades didácticas. Didáctica de las ciencias experimentales, 239-276.	
Subcategoría 1A Actividad medular	Es la que está organizada, principalmente, en torno a experiencias de acceso directo al aprendizaje, las cuales contemplan la utilización de variados recursos, donde los alumnos son los protagonistas en la construcción del conocimiento. (Sanmartí, 2002, citado por González-Weil, 2012, p. 89)	Se refiere al desarrollo de la temática a trabajar a través de una situación problema que va relacionada con contextos de la vida cotidiana y con los contenidos, los cuales se van construyendo a partir de variados recursos y herramientas didácticas.	(Sanmartí, 2002, citado por González-Weil, 2012) La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. Región de Valparaíso Chile (p. 89)	
Ítem 1A – 1  Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en	Los docentes valoran un inicio claro y contextualizado de la clase, bajo el entendido de que, si el alumno comprende lo que se va a realizar, habrá más posibilidad de lograr su interés. (González, 2012, p.93)  Situación-problema	Se evidencia cuando el profesor propone actividades acordes al contexto y necesidades de los estudiantes en base a situaciones problemas que indaguen sobre los conocimientos previos, desarrollo del contenido de la sesión y comparación con otras situaciones de aplicación.	Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones  Didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didáctico/Didactic to Algebra Study (Vol. 7). Libros del Zorzal	

contextos reales.	<p>Puede plantearse de dos maneras:</p> <p>a)-Control: Donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurarse que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide (reforzar).</p> <p>b)-Aprendizaje: se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base, ya disponible en el alumno, para poder resolver el problema. Es muy importante que el problema tenga varias estrategias, y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.</p> <p>(Brousseau, 2007).</p>		<p>González-Weil, C., Cortez, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., ... &amp; Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Estudios pedagógicos (Valdivia), 38(2), 93.</p>
<p>Ítem 1A – 2</p> <p>El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana</p>	<p>Sus acciones se traducen a exponer y explicar contenidos, en un diálogo permanente con los alumnos, ejemplificando los conceptos con situaciones de la vida diaria y señalando la relevancia de su aprendizaje. (González, 2012, p. 8)</p>	<p>Se evidencia cuando el profesor aborda las inquietudes de los estudiantes con ejemplos propios del contexto y permite el dialogo constructivo con sus experiencias cotidianas; de tal manera que los motive por aprender, se despierte la curiosidad por descubrir cosas</p>	<p>González-Weil, C., Cortez, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., ... &amp; Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Estudios</p>

		nuevas, provocando acciones que permiten el razonamiento y la aplicación de conocimientos como respuesta a sus problemas, necesidades o intereses.	pedagógicos (Valdivia), 38(2), 92.
<p>Ítem 1A-3</p> <p>El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.</p>	<p>Los recursos son todo el conjunto de materiales y elementos útiles o estrategias que el profesor utiliza, o puede utilizar como soporte, complemento o ayuda en su tarea docente. (Lucea, J. 1996)</p> <p>Dentro de las propiedades que presenta este fenómeno, podemos identificar diversos tipos de actividades, que involucran diferentes niveles de autonomía en el alumno, las cuales incluyen desde lecturas, resolución de ejercicios y realización de experimentos, hasta expediciones científicas y situaciones de indagación abierta, en donde el alumno lleva a cabo pequeños procesos de investigación y los comunica a su comunidad a través de ferias y publicaciones. (González, 2012, p.91)</p>	<p>Los recursos son materiales o estrategias que el profesor utiliza, como soporte, complemento o ayuda en su tarea docente para facilitar la construcción del conocimiento, tales como: material concreto, manipulativo y ayudas audiovisuales.</p>	<p>Díaz Lucea, J. (1996): “Los recursos y materiales didácticos en Educación Física”. Apuntes: Educación Física y Esports, n° 43</p> <p>González-Weil, C., Cortez, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., ... &amp; Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Estudios pedagógicos (Valdivia), 38(2), 91.</p>



<p>Subcategoría 1B</p> <p>Momentos de la clase flexible.</p>	<p>Uno de los aspectos fundamentales en el diseño de una unidad didáctica es la planeación. En la misma, el docente debe tener en cuenta diversos aspectos tales como:</p> <p>La combinación de actividades individuales, en pequeño grupo y en gran grupo, a partir de la negociación de formas de trabajo pactadas con todo el grupo-clase.</p> <p>La organización del grupo-clase sobre la base de grupos de trabajo heterogéneos y cooperativos (de entre 3 y 5 alumnos), en los que se distribuyen distintas funciones y se pacten normas de actuación</p> <p>La realización de actividades básicamente en grupos heterogéneos, en las que se promueva la ayuda mutua entre sus miembros, especialmente en los momentos en los que se explora o se construyen nuevas ideas y procedimientos. (Sanmartí, 2000, p. 20)</p> <p>Igualmente, y de acuerdo con (González, Weil, 2009), un aspecto importante en el diseño de la unidad didáctica es la flexibilidad, en la cual se debe tener en cuenta la duración y orientación de los momentos de la clase que permitan ajustarse</p>	<p>Para esta investigación, los momentos de la clase flexible, se evidencian en los cambios o ajustes que hace el docente durante el desarrollo de la clase (lo planeado vs lo ejecutado), igualmente las acciones requeridas en el desarrollo de la unidad y no previstas en su diseño inicial; pero que están en marco del objetivo de la unidad (trabajo individual, trabajo en equipo, socialización de resultados, etc.) en marco de las situaciones a didácticas de la unidad.</p>	<p>Sanmartí, N. (2000). El diseño de unidades didácticas.</p> <p>González-Weil, C., Cortéz, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., ... &amp; Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso).</p>
--	---	--	---

	a los ritmos de los alumnos.		
<p>Ítem 1B -4</p> <p>El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes</p>	<p>Hace referencia al antecedente relevante en donde los docentes presentan confianza e interés por los alumnos, refiriéndose en repetidas ocasiones a su necesidad de conocer las características personales de éstos. “Llego al curso veo quiénes son, trato de alguna manera saber quiénes son, qué saben, qué no saben, cómo lo saben y ya captado ese, ese momento inicial cómo los chiquillos interactúan conmigo, entonces empiezo esta metodología... (S5/ ECP/81-84). Este conocimiento se desarrolla a través del diálogo, como condición para el logro de un buen clima para el aprendizaje. Desde la perspectiva de este grupo de docentes, es este conocimiento el que permite la generación de vínculos afectivos con los alumnos, los cuales a la vez facilitan el aprendizaje. (González, Weil, 2009, p.93)</p>	<p>Es evidente cuando el profesor establece líneas de acción acorde a los ritmos de aprendizajes de sus estudiantes, identificando los aspectos donde existen mayores dificultades de aprendizaje y generando un ambiente de confianza en el cual el estudiante pueda expresar todas sus inquietudes de tal manera que se pueda aplicar retroalimentaciones constantes que a su vez se convierten en saberes previos en la construcción de los nuevos conocimientos.</p>	

<p>Ítem 1B -2</p> <p>El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza</p>	<p>Se refiere a como el docente en las clases constituye un guía activo, que orienta y monitorea los procesos de aprendizaje, orientando el desarrollo de competencias científicas en sus alumnos. (González, Weil, 2009, p.99)</p>	<p>Para esta investigación la planeación involucra una línea secuencial que se evidencia en la socialización de las reglas de convivencia y desarrollo necesarias para cumplir el objetivo de cada sesión mediante la divulgación del objetivo de aprendizaje de la sesión, la indagación de saberes previos, la participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento, trabajo en equipo, socialización de resultados y la formalización del saber.</p>	
<p>Ítem 1B -3</p> <p>El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de</p>	<p>Referido al fenómeno que posibilita que el docente evidencie el nivel de apropiación de capacidades y conocimientos científicos en los estudiantes y del grupo curso, lo que les permite prestar apoyos diferenciales según el estado de avance de los estudiantes o grupos realizando un andamiaje ajustado a los requerimientos de los estudiantes. (González,</p>	<p>Es evidente con la participación del docente en los procesos que realizan los estudiantes en sus trabajos individuales o colaborativos, durante la socialización de las actividades, en la entrega de informes o producciones, en el manejo adecuado de las inquietudes y</p>	

nuevos conocimientos	Weil, 2009, p.97)	retroalimentaciones.	
1C  Orientación explícita de la actividad	Referida a la estrategia utilizada por el docente de ir generando particularmente al inicio, pero también durante toda la clase, una claridad en la orientación de la actividad que el alumno ha de realizar, lo que logra a través de la contextualización, explicitación y repetición de objetivos e instrucciones, estrategia que es justificada por el docente en la medida en que orienta y produce interés en el alumnado. (González, Weil, 2009, p.94)	Para esta investigación la orientación explícita de esta actividad se hace evidente en el contrato didáctico que hace el docente con los estudiantes en cuanto a las orientaciones con vivenciales y académicas.	
1C -1  El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	Se refiere a la estrategia utilizada por el docente de ir generando particularmente al inicio, pero también durante toda la clase, una claridad en la orientación de la actividad que el alumno ha de realizar, lo que logra a través de la contextualización, explicitación y repetición de objetivos e instrucciones, estrategia que es justificada por el docente en la medida en que orienta y produce interés en el alumnado. (González, Weil, 2009, p.93)	Se evidencia en las explicaciones de las guías de trabajo y actividades a desarrollar ya sea individual o grupal, en la apropiación del objetivo de la clase, en las reorientaciones que el docente realiza cuando los estudiantes presentan inquietudes.	

1C -2  El docente facilita y regula el aprendizaje.	Referido al requerimiento de un producto que evidencie aprendizajes. Éste a menudo se expresa en un informe de laboratorio, la resolución de una guía o la comunicación oral de resultados, producto que normalmente es calificado. (González, Weil, 2009, p.93)	Se evidencia cuando el docente realiza la retroalimentación de las actividades desarrolladas, en la autoevaluación y coevaluación.	
1D  El docente como guía	El rol del docente por su parte es más bien de guía, pero no por ello menos activo que el alumno. Sus acciones se traducen a exponer y explicar contenidos, en un diálogo permanente con los alumnos, ejemplificando los conceptos con situaciones de la vida diaria y señalando la relevancia de su aprendizaje; formular preguntas de diferentes tipos, desde aquellas que demandan sólo recordar, hasta preguntas desafiantes, que requieren de elaboración y creatividad, así como servir de guía durante el desarrollo de la actividad por parte del alumno. (González, Weil, 2009, p.92).	Se evidencia cuando el docente realiza un proceso dialógico con los estudiantes, realiza las explicaciones a través de preguntas retadoras y con el contraejemplo y contextualización de las mismas para hacer	
1D-1  El docente institucionaliza	Pozo (2003) señala que para lograr adquirir conocimiento es necesario hacer explícito el aprendizaje, es decir, en el caso de este estudio, lograr que los docentes hagan	Se evidencia cuando el docente realiza una síntesis o generalización de las actividades y producciones de los estudiantes, estableciendo así el objeto de saber a enseñar a través de	

<p>el saber del contenido desarrollado en la clase.</p>	<p>consientes dichas prácticas durante la enseñanza, re-presentando (reescribiendo), a través de otra representación cognitiva (tal como el lenguaje) aquello que es implícito (Pozo, 2003). Estos docentes logran explicitar sus prácticas, debido al proceso de interacción y diálogo sistemático que establecen con sus estudiantes. Dicho diálogo les permite visualizar cómo se está dando la construcción del aprendizaje y hacer los ajustes necesarios, reformulando sus prácticas. (González, Weil, 2009, p.92).</p> <p>Brousseau (1994), quien sostiene que "...las situaciones de enseñanza tradicionales son situaciones de institucionalización pero sin que el maestro se ocupe de la creación del sentido: se dice lo que se desea que el niño sepa, se le explica y se verifica que lo haya aprendido" (Brousseau, 1994, p.75).</p>	<p>las actividades realizadas, las cuales constituyen un medio para la construcción de significados, es en donde se tienen presente el papel de los objetos discursivos, tales como argumentos, explicaciones, analogías, etc., que permiten establecer una versión legítima del saber escolar.</p> <p>Es también evidente cuando el docente formaliza los contenidos que se construyeron a lo largo de la sesión con los estudiantes, haciendo claridad conceptual, destacando la importancia dentro de la solución de la situación problemática planteada, permitiendo las representaciones en otros contextos, ejemplificando y retroalimentando</p> <p>Se tiene claro que institucionalización acontece por periodos breves de intervención del profesor y de los estudiantes durante el desarrollo de clase, de manera continua y cíclica, a través de manifestaciones verbales que tienen la función de orientar y preservar la continuidad de la clase.</p>	
---	---	--	--

<p>1D-2</p> <p>El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.</p>	<p>Plantear preguntas destaca el hecho que los estudiantes están comprometidos en contestar preguntas de verdadero interés para ellos, las cuales han estimulado su curiosidad. A menudo estas preguntas serán planteadas por el profesor o la profesora, otros estudiantes o emergerán de la lectura, pero, cualquiera sea el origen de la pregunta, en la indagación los alumnos deben tomarlas como propias, involucrando su curiosidad y el deseo de entender. (Harlen, 2013. p.13)</p> <p>Referida a la cantidad de preguntas durante la clase, las que además son diversas, tanto en el nivel cognitivo que conllevan (recordar, comprender, aplicar y evaluar) como en el tipo de conocimiento que solicitan (factual, conceptual, procedimental). Esto, sumado a que estos profesores incitan a los estudiantes a formular preguntas, genera un ambiente de diálogo, análisis y reflexión permanente.</p>	<p>Se evidencia cuando el docente hace preguntas que insta a la comparación, síntesis, interpretación y la evaluación, entre otros. A través de ellas se asegura que las actividades realizadas por los estudiantes sean comprendidas y el saber a enseñar se valla construyendo, debe ser observado que los estudiantes vean las relaciones entre lo aprendido y su contexto.</p> <p>Se evidencia con la utilización de preguntas de la metodología de la indagación como ¿Qué opinas de?, ¿Qué crees que pasaría sí?, ¿Por qué crees que esto ocurre?, ¿Qué observan que está pasando aquí? Que fomentan la participación reflexiva de los estudiantes</p>	

# Universidad Tecnológica de Pereira

## Maestría en Ciencias de la Educación

### Línea de Matemáticas

A continuación, se presenta la operacionalización teórica y operativa de las categorías, subcategorías e indicadores del instrumento de recolección de información.

#### Competencia científica del docente

<b>Categoría, subcategoría, indicador</b>	<b>DEFINICIÓN TEÓRICA</b>	<b>DEFINICIÓN OPERACIONAL</b>	<b>REFERENTE BIBLIOGRÁFICO</b>
<p>Categoría 2 competencia científica.</p> <p>¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el</p>	<p>Corresponde al planteamiento de preguntas y en la identificación de pruebas y razones que fundamenten la toma de decisiones, gestionar la clase para estimular interacciones entre niños y niñas que les posibilite aprender los unos de los otros, desarrollar la capacidad de leer críticamente la información y de escribir de manera argumentada y, muy</p>	<p>La competencia científica para esta investigación se refiere a lo que el docente conoce del objeto matemático que va a enseñar y la forma como se enseña, es decir, la didáctica con la que se enseña el saber disciplinar</p>	<p>Sanmartí, N. (2008). ¿Qué conlleva desarrollar la competencia científica? Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado de <a href="http://www.mrpmenorca.cat/index2.php?option=com_docman&amp;task=%20doc_view&amp;gid=116&amp;">http://www.mrpmenorca.cat/index2.php?option=com_docman&amp;task=%20doc_view&amp;gid=116&amp;</a></p>



docente en su clase?  Apropiación de conocimientos	especialmente, de autorregular el propio proceso de aprendizaje. (Sanmartí, 2008, p.5)		
Subcategoría 2A.  Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes	<p>La promoción de conocimientos se realiza mediante la construcción progresiva de significados compartidos, la cual se remite a las diversas formas que profesor y estudiantes presentan representan, elaboran y reelaboran las representaciones que tienen sobre el contenido desarrollado en la actividad.</p> <p>Esta construcción se logra gracias a la potencialidad del lenguaje para representar de maneras distintas los objetos, acciones y acontecimientos, permitiendo diversos niveles de intersubjetividad. (Bustos, 2011, p.29)</p> <p>La promoción de capacidades y actitudes se logra mediante el proceso de traspaso progresivo del control del profesor a los estudiantes.</p>	Intervenciones del docente, mediadas por el lenguaje, en las que se remite a las diversas formas en que profesor y estudiantes presentan, representan, elaboran y reelaboran las representaciones que tienen sobre el contenido desarrollado en la actividad de aprendizaje. Se caracteriza porque el docente, no ofrece respuestas a las inquietudes de los estudiantes, sino que los invita mediante nuevas preguntas o situaciones análogas a resolverlas. (Enfocados al quehacer científico: formular, resolver problemas, actitud crítica rigurosa)	Bustos, A. (2011). Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita. P. 29.
ITEM 2A-11 El docente responde a las inquietudes de	El docente recurre a diversas secuencias pedagógicas..., acciones que van desde la corrección directa (entregando la respuesta correcta), formulación o reformulación de	Se evidencia cuando el docente por medio de preguntas o comentarios sugiere las posibles respuestas a las inquietudes de los estudiantes.	González- Weil, C., Cortés, M., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., Maturana, J. y Abarca, A. (2012) La indagación científica

los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	preguntas y/o a través de una secuencia colateral con preguntas que posibiliten a los estudiantes encontrar las evidencias necesarias para identificar el error, y de esta manera llegar a la respuesta de manera constructiva. (González- Weil et. al.,2012) Formular preguntas de diferentes tipos, desde aquellas que demandan sólo recordar, hasta preguntas desafiantes, que requieren de elaboración y creatividad. (González- Weil et. al.,2012)		como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Dialnet. Recuperado de <a href="http://mingaonline.uach.cl/pdf/estped/v38n2/art06.pdf">http://mingaonline.uach.cl/pdf/estped/v38n2/art06.pdf</a>
ITEM 2A- 12 La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	Los maestros realizaron la respectiva indagación, dando respuestas coherentes a las preguntas planteadas. Amador, Rojas y Sánchez (2015)	Sucede cuando el docente responde pertinentemente a los interrogantes de los estudiantes.	Amador, J., Rojas, J. y Sánchez, H. (2015). La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales  Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira p.179
ITEM 2A- 13 El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación	1) Son las acciones educativas implementadas por los docentes para favorecer la construcción de competencias, que implican entregar pistas de información de manera gradual, el repetir ideas fundamentales, elaborar a partir de ideas de los estudiantes, recapitular ideas (síntesis), utilizar sus propias experiencias, presentar objetos, y establecer relaciones	Acciones educativas que el docente propone para estudiar un problema y explicar su desarrollo de forma verbal o no verbal (socialización del trabajo realizado, exploración de saberes previos, validación de las conclusiones propias y de los demás estudiantes, síntesis,	1) González- Weil, C., Cortés, M., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., Maturana, J. y Abarca, A. (2012) La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Dialnet. Recuperado de

<p>en los procesos y procedimientos realizados en la clase.</p>	<p>con la vida cotidiana. (González- Weil et. al., 2012)</p> <p>2) Estructurar las actividades de tal manera que permitan a los estudiantes explorar, explicar, entender y evaluar su propio progreso. Las actividades se organizan de forma que impulsen el cambio conceptual y una reestructuración progresiva de las ideas de los estudiantes. (Everett, et. al., 2016)</p> <p>3) El maestro, mediante la trasposición didáctica, elabora propuestas de enseñanza y aprendizaje... Busca, con estas ayudas, fortalecer habilidades como la comunicación, el razonamiento, la capacidad de abstracción y la generalización. Amador, Rojas y Sánchez (2015)</p> <p>4) Son actividades que tiene como objetivo facilitar tanto que los estudiantes definan el problema a estudiar, como que expliciten sus representaciones. Causo, Badillo, Perafan, y Aduriz-Bravo (2005)</p>	<p>solución de situaciones problemas).</p>	<p><a href="http://mingaonline.uach.cl/pdf/estped/v38n2/art06.pdf">http://mingaonline.uach.cl/pdf/estped/v38n2/art06.pdf</a> p.97</p> <p>2) Everaert, C., Harlen, W., Alberts, B., Bybee, R. y O'Donnell, C. (2016). Enseñanza de la ciencia basada en la indagación. En R. Bybee. Y H. Ruiz. (Ed. I), La enseñanza de la ciencia en la educación básica Antología sobre indagación teoría y fundamentos de la enseñanza de la ciencia basada en la indagación (pp: 1-88). Ciudad de México, México: Innovec p. 53</p> <p>3) Amador, J., Rojas, J. y Sánchez, H. (2015). La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales</p> <p>Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira. p62</p> <p>4) Couso, D., Badillo, E., Perafan, G. y Aduriz-Bravo, A. (2005). Unidades didácticas en ciencias y matemáticas. Bogotá, Colombia: Magisterio. p.38</p>
---	---	--	--

<p>ITEM 2A- 14</p> <p>El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.</p>	<p>1) Este tipo de actividades favorecen el hacer públicas las propias ideas, justificarlas de manera explicativa, contrastarlas y negociarlas, controlando y reparando los posibles mal entendidos o incomprensiones hasta alcanzar una comprensión realmente compartida, permitiendo la co-construcción de explicaciones o soluciones consensuadas entre todos los estudiantes. (Engel, 2008, p.61 citado por Amador et al., 2015)</p> <p>2) Es importante que los estudiantes elaboren sus procedimientos y el docente sirva sólo de guía, permitiendo la argumentación, razonamiento y confrontación de sus puntos de vista. (Uzcátegui, Y. y Betancourt, C., 2013, p. 118)</p>	<p>El docente posibilita la argumentación en los estudiantes, cuando propone actividades para dar razones de lo realizado en la solución de un problema.</p>	<p>1) Amador, J., Rojas, J. y Sánchez, H. (2015). La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira. p.41</p> <p>2) Uzcátegui, Y. y Betancourt, C. (2013). La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. Scielo. Recuperado de <a href="http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1010-29142013000100006">http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1010-29142013000100006</a></p>
<p>ITEM 2A- 15</p> <p>El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.</p>	<p>El diálogo mental que tiene que establecer el alumno entre su propio conocimiento y el formato de representación, influye en el aprendizaje en la medida que le lleva a reestructurar su antiguo conocimiento sobre el tema, a descubrir nuevos matices y a generar nuevas ideas. (Novak y Gowin, 1988 citado por Amador et al., 2015)</p> <p>Los conocimientos previos ocupan un</p>	<p>El docente recurre a preguntas orientadoras, al trabajo en equipo, solución de situaciones problemas y cotidianas, elaboración de informes y fichas, socialización de procedimientos, para crear vínculos entre los saberes previos y la construcción de nuevos aprendizajes.</p> <p>Existen varias técnicas para indagar los conocimientos previos</p>	<p>Amador, J., Rojas, J. y Sánchez, H. (2015). La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira. p.60</p>

	<p>papel fundamental a la hora de aprender nuevos conceptos; son la base de un aprendizaje significativo, el cual se da para el estudiante, en tanto él pueda ver relación con lo que ya sabe, y en tanto le permita crear nuevos significados y darle sentido a lo que aprende. Así, cuando se habla de enseñar al estudiante la forma como debe involucrarse en el aprendizaje, implica hacer primero un inventario de cuáles son los conocimientos previos de los estudiantes. (Bustos, 2011, p.121).</p>	<p>como en los estudiantes como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Responder cuestionarios abiertos, cerrados o de opción múltiple.</li> <li>• Resolver situaciones problema que consistan en sucesos frente a los cuales los alumnos deban realizar anticipaciones o predicciones.</li> <li>• Diseñar mapas conceptuales.</li> <li>• Confeccionar diagramas, dibujos, infografías</li> <li>• Realizar una lluvia de ideas.</li> <li>• Trabajar en pequeños grupos de discusión.</li> </ul>	<p>Bustos, A. (2011). Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita, p. 121</p>
<p>ITEM 2A- 16 El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado</p>	<p>Planteado como los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes en la evaluación formativa, donde el objetivo es que los estudiantes revelen el desarrollo de la comprensión de un fenómeno o evento, la conversación entre los estudiantes es una fuente de información clave. El tipo de pensamiento exploratorio y el diálogo que Barnes y Alexander han abogado se estimula en un clima de aula en el que los profesores:</p>	<p>El docente en el desarrollo de sus clases implica la realización de una actividad práctica, la cual está centrada en la acción del estudiante. Dentro de las propiedades que presenta este fenómeno, podemos identificar diversos tipos de actividades, que involucran diferentes niveles de autonomía en el estudiante, las cuales incluyen desde lecturas, resolución de ejercicios y realización de experimento,</p>	<p>Harlen, W. (2013). Evaluación y educación en ciencias basada en la indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. Italia: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP). p.43</p>

por los estudiantes.	-esperan que los estudiantes expliquen las cosas.	situaciones de indagación abierta, en donde el estudiante lleva a cabo pequeños procesos de investigación y los explique.	
ITEM 2A- 17 El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	Entendido como a través del lenguaje que desarrollamos una comprensión compartida de las ideas. Las ideas que podemos formar a partir de la experiencia directa tienen que ser comunicadas y esto involucra tratar de encontrar las palabras que expresen lo que queremos decir a los demás. En este proceso, nuestras propias ideas a menudo tienen que ser reformuladas al ser influidas por el significado que otros dan a las palabras	El lenguaje juega un papel clave. La interacción con otros a menudo significa que el docente llegue a un entendimiento compartido de ideas. Las ideas que los estudiantes se forman a partir de la experiencia directa deben ser comunicadas y esto implica el uso de palabras que transmiten un significado a los demás. El proceso de expresar ideas a través del habla o la escritura, a menudo significa que las ideas tienen que ser reformuladas de manera que se ven influidas por el significado que otros les dan a las palabras. También es necesario aprender que la ciencia utiliza las palabras con significados precisos diferentes de su uso común en el lenguaje cotidiano.	Harlen, W. (2013). Evaluación y educación en ciencias basada en la indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. Italia: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP). p. 41
TEM 2A- 18 El docente evidencia estrategias discursivas	Entendida como las estrategias a través de preguntas que tienen un papel central en el discurso en el aula, tanto las preguntas formuladas por el profesor, cómo aquellas hechas por los estudiantes entre sí y al (la)	Entre las estrategias que emplean los docentes para la mantención del fenómeno en estudio, podemos distinguir la presencia de una organización del trabajo grupal en	Harlen, W. (2013). Evaluación y educación en ciencias basada en la indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. Italia: Global Network of Science Academies

que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.	profesor(a). El preguntar ocupa una gran parte de la conversación de los profesores y es uno de los factores más importantes en la determinación de las oportunidades de los estudiantes para el desarrollo de la comprensión a través de la indagación. La conversación para estimular y extender el pensamiento de los niños, y para avanzar en su aprendizaje y comprensión. También permite al profesor diagnosticar y evaluar con mayor precisión. "Es a través de la enseñanza dialógica que los profesores pueden "dirigir la conversación en la clase con objetivos educacionales específicos en mente". En relación con la ciencia esta "dirección" se centra en el uso de evidencia y puede conducir a lo escrito como "argumentación". (Harlen, 2013, p.43)	torno a tareas prácticas, donde la actividad central de la clase se resuelve en grupos a través de la manipulación de materiales, resolución de ejercicios o realización de experimentos, entre otros, al final del cual los alumnos exponen sus resultados y conclusiones frente al grupo-curso o frente a la comunidad escolar. Otra estrategia utilizada por el docente es ir generando particularmente al inicio, pero también durante toda la clase, una claridad en la orientación de la actividad que el alumno ha de realizar, lo que logra a través de la contextualización, explicitación y repetición de objetivos e instrucciones, estrategia que es justificada por el docente en la medida en que orienta y produce interés en los estudiantes.	(IAP) Science Education Programme (SEP). p.43,45
subcategoría: 2B  Enseñanza de las competencias disciplinares	"Constituyen entonces un conjunto de habilidades del docente o directivo docente, relacionadas con sus dominios y saberes específicos, que implican el uso y la aplicación del conocimiento en situaciones educativas concretas" (MEN, 2013, p. 22).	Capacidad que tiene el docente de llevar todo el conocimiento disciplinar de su objeto matemático, a situaciones reales de enseñanza con sus estudiantes, organizados de diferentes maneras dentro del aula, poniendo en práctica creatividad y pensamiento	MEN. (agosto de 2013). DOCUMENTO GUÍA • EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS. Bogotá D.C., Colombia: Ministerio de educación.

		crítico.	
<p>ITEM 2B- 19</p> <p>El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.</p>	<p>Desarrollada como estrategias metacognitivas hacen referencia a la planificación, control y evaluación por parte de los estudiantes de su propia cognición. Son un conjunto de estrategias que permiten el conocimiento de los procesos mentales, así como el control y regulación de los mismos con el objetivo de lograr determinadas metas de aprendizaje (González y Tourón, 1992).</p> <p>Implementa estrategias en las cuales se hace necesaria la intervención y participación activa de los estudiantes. De allí la necesidad de organizar actividades en las cuales ellos deben responder a una serie de preguntas direccionadas por el maestro en la AHD, de tal manera que a través de las respuestas se generen construcciones conceptuales hacia los nuevos conocimientos.</p> <p>(Amador, et. Al., 2015)</p>	<p>El docente utiliza estrategias específicas (de repaso, subrayado, resumen, etc.) Y saber cuándo conviene utilizarlas. En segundo lugar, mediante su función autorreguladora, la meta cognición hace posible observar la eficacia de las estrategias elegidas y cambiarlas según las demandas de la tarea.</p>	<p>Amador, J., Rojas, J. y Sánchez, H. (2015). La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira p.64</p>
<p>ITEM 2B- 20</p> <p>El docente maneja correctamente</p>	<p>El maestro le procura entre las situaciones adidácticas, ajustadas a fines didácticos, determinan el conocimiento enseñado en un momento dado y el sentido particular</p>	<p>El docente emplea adecuadamente las situaciones adidácticas que se presentan en el proceso de enseñanza.</p>	<p>Sadovsky, P., Alagia, H., Bressan, A. (2005). Reflexiones teóricas para la Educación Matemática. Buenos Aires, Argentina: Libros</p>



las situaciones didácticas presentadas durante el proceso de enseñanza	que este conocimiento va a tomar, debido a las restricciones y deformaciones aportadas a la situación fundamental. Brousseau Guy (citado en Sadovsky, 2005)		del Zorzal
ITEM 2B- 21 El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	<p>Un aspecto relevante de estas situaciones-problemas curiosas es que pueden aplicarse en diferentes momentos del proceso de enseñanza y aprendizaje</p> <p>de la Matemática; pueden servirle al educador o educadora para motivar al inicio del estudio de un tema, así como durante el desarrollo de la temática o bien como cierre de la misma; en cualquiera de los momentos, es un tipo de práctica matemática presentada de una forma diferente a la usual. Estos ejercicios permiten al docente evaluar la comprensión del problema, así como analizar el nivel de lógica de los niños y las niñas, su nivel de independencia al resolver problemas; aspectos que desde la didáctica reflexiva y participativa pueden ser analizados por el docente o la docente y su grupo de alumnos y alumnas; a la vez, al ser una instrucción tipo problema diferente a los tradicionales, constituye un entretenimiento para el estudiantado y promueve su imaginación y curiosidad natural.</p>	Se evidencia en la presentación de actividades que contengan situaciones que requieran de un plan para resolverlas.	Camacho, M. (2012). Estrategias para promover la indagación y el razonamiento lógico en la educación primaria desde la didáctica de la Matemática. Educare, volumen (16), 101

<p>ITEM 2B- 22</p> <p>Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.</p>	<p>La retroalimentación hacia la enseñanza, que ocurre desde los estudiantes a los profesores, es</p> <p>necesaria para que los docentes puedan ajustar los desafíos que ofrecen a los estudiantes de manera que no sean demasiado exigentes, colocando el éxito fuera de alcance, ni demasiado simples para que resulten atractivos. (Harlen, 2013, p.22)</p> <p>La facilidad de la enseñanza disminuye el interés por el estudio y la actividad intelectual. “Ni tan fácil que no provoque conflicto, ni tan difícil que no se pueda resolver” La exageración de la dificultad no conduce al éxito, sino a la frustración. (Hernández, 1998, p.9)</p>	<p>Las actividades que promueve el docente en el aula, son acordes al desarrollo cognitivo de los estudiantes.</p>	<p>Harlen, W. (2013). Evaluación y educación en ciencias basada en la indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. Italia: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP). p.22</p> <p>Hernández, H. (1998). Cuestiones de didáctica de la matemática. Editorial Homo Sapiens. p.9</p>
<p>ITEM 2B- 23</p> <p>El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación</p>	<p>El docente realiza una elevada cantidad de preguntas durante la clase, las que además son diversas, tanto en el nivel cognitivo que conllevan (recordar, comprender, aplicar y evaluar) como en el tipo de conocimiento que solicitan (factual, conceptual, procedimental). Esto, sumado a que estos profesores incitan a los estudiantes a formular preguntas, genera un ambiente de diálogo, análisis y reflexión</p>	<p>La promoción del interés de los estudiantes por la clase, se entiende como la capacidad que tiene el docente para proponer diversas preguntas que conlleven al desarrollo de competencias matemáticas propias del objeto de estudio.</p>	<p>González- Weil, C., Cortés, M., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., Maturana, J. y Abarca, A. (2012) La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Dialnet. Recuperado de <a href="http://mingaonline.uach.cl/pdf/estp">http://mingaonline.uach.cl/pdf/estp</a></p>

de preguntas.	permanente. (González, 2012, p.97)		ed/v38n2/art06.pdf p.97
ITEM 2B- 24 El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	<p>Las preguntas para la reflexión y la evaluación tienen como propósito asegurar que los estudiantes reproduzcan en sus mentes lo que han hecho y tomen conciencia sobre cómo sus ideas han cambiado. Sin esta reflexión, sus ideas tienden a revertir a su anterior forma de pensar. Estas preguntas requieren que los niños hablen sobre lo que han aprendido y cómo lo han aprendido, es decir, que "aprendan a aprender" así como sobre las cosas que han investigado. (Harlen, 2013, p.46)</p>	El docente hace preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	Harlen, W. (2013). Evaluación y educación en ciencias basada en la indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. Italia: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP). p.46

## Interactividad

CATEGORÍA	DEFINICIÓN TEÓRICA	DEFINICIÓN OPERACIONAL	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA
<p>Categoría 3</p> <p>interactividad (¿Qué características tiene la interacción profesor – alumno y de qué manera apoya el aprendizaje?)</p>	<p>La interactividad es el resultado de la relación de los participantes (profesor-alumno), la cual surge de la actividad conjunta que se va dando durante el proceso de enseñanza y aprendizaje con actuaciones articuladas e interrelacionadas. Esta se puede analizar teniendo en cuenta la actuación de los participantes, su interrelación y evolución a lo largo del proceso y los elementos discursivos (González-Weil, y otros, 2012).</p> <p>Según, Sadovsky afirma que son las interacciones entre docente y alumno en la clase, están muy marcadas por lo que cada uno de los actores espera del otro a propósito de un cierto conocimiento. Efectivamente, las prácticas cotidianas del aula llevan a los alumnos a hacerse una representación interna acerca de</p>	<p>Para esta investigación se toma como aquellos momentos en los que se evidencia alguna interacción o intercambio de información y/o saberes entre estudiantes – docente a través de los cuales se desarrolla el conocimiento, tales como: Saberes previos, formulación de preguntas, relacionándolo con su entorno y la cotidianidad del estudiante, utilizando situaciones problema. Se ve reflejado en la acción cuando el docente verifica el trabajo que están haciendo los estudiantes y al momento de socializar los resultados.</p>	<p>Albertini, R., G. Cárdenas-Jirón, J. Babel, G. Díaz Véliz, J. Eyzaguirre, A. Labra y R. Lewin (2005). Enseñanza de las ciencias a nivel escolar y formación en ciencia en el pregrado universitario. En Ureta, T., J. Babul, S. Martínez y J. Allende. <i>Análisis y Proyecciones de la Ciencia Chilena 2005</i>. Academia de Ciencias. Recuperado el 03-04-08 de: <a href="http://www.academia-ciencias.cl/?module=investig">http://www.academia-ciencias.cl/?module=investig</a>.</p> <p>Sadovsky, P. Las teorías de situaciones didácticas: para pensar y actuar la enseñanza de la matemática, p, 11.)</p>

	<p>aquello que está permitido y aquello que no es posible, con relación a cierta cuestión matemática. De esta manera los alumnos elaboran un conjunto de normas que monitorean su accionar, en el sentido de que habilitan ciertas posibilidades e inhiben otras, p, 11.</p>		
<p>Subcategoría 3A.</p> <p>Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.</p>	<p>Caracterizado por una relación simétrica en lo normativo entre el docente y los alumnos, diversos ciclos de interacción, lo que se ve posibilitado por la actitud de los estudiantes en relación al compromiso que presentan hacia el aprendizaje, y por el traspaso de autonomía desde el docente hacia el alumno a medida que transcurre la clase. (González, Weil, 2009,p, 89)</p>	<p>Para esta investigación, se evidencia en el aula desde la relación entre el docente y el estudiante, en una interacción constante, en donde a través de una relación que se concreta en el contrato didáctico, se ve posibilitada la actitud de los estudiantes, en relación al compromiso que presentan hacia el aprendizaje, y por el traspaso de autonomía desde el docente hacia el alumno a medida que transcurre la clase.</p>	<p>Estudios pedagógicos XXXVIII N 2: 85_ 102, 2012</p> <p>La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. (Región de Valparaíso)</p>
<p>Ítem 3A-25 El docente favorece el trabajo</p>	<p>Entre las <i>estrategias</i> que emplean los docentes podemos distinguir la</p>	<p>Para que el trabajo grupal sea positivo para el aprendizaje,</p>	<p>Estudios pedagógicos XXXVIII N</p>

<p>colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.</p>	<p>presencia de una Organización del trabajo grupal en torno a tareas prácticas, donde la actividad central de la clase se resuelve en grupos a través de la manipulación de materiales, resolución de ejercicios o realización de experimentos, entre otros. P.94</p> <p>Los profesores tienen que estructurar las actividades de aprendizaje de forma intencional para los alumnos, para lo cual han de seguir unos procedimientos en los que se estimule el dialogo, la enseñanza recíproca, la resolución de problemas y la presentación de la solución.</p> <p>Barkley (2007, p.17-18)</p>	<p>es necesario que la intervención pedagógica considere una serie de principios, variables, agrupamientos, habilidades... significativos relevantes a fin de lograr que la sinergia sea posible. Las ventajas del aprendizaje colaborativo es que provocando un aumento cualitativo en el aprendizaje de cada uno debido a que se enriquece la experiencia de aprender, la motivación por el trabajo individual y grupal, el compromiso de cada uno con todos, las relaciones interpersonales y la satisfacción por el propio trabajo. La responsabilidad del aprendizaje es de los alumnos, para que la tarea encomendada al grupo produzca el aprendizaje de todos, para lo cual los estudiantes han de compartir equitativamente la carga y responsabilidad del trabajo.</p>	<p>2: 85_ 102, 2012</p> <p>La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. (Región de Valparaíso)</p> <p>Barkley (2007, p.17-18)</p>
---	---	--	--

		En este proceso que propone el docente para que se dé un trabajo colaborativo	
Ítem 3A-26 El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	<p>El aprendizaje autónomo es un proceso donde el estudiante autorregula su aprendizaje y toma conciencia de sus propios procesos cognitivos y socio-afectivos. El esfuerzo pedagógico en este caso está orientado hacia la formación de sujetos centrados en resolver aspectos concretos de su propio aprendizaje, y no sólo en resolver una tarea determinada, es decir, orientar al estudiante a que se cuestione, revise, planifique, controle y evalúe su propia acción de aprendizaje (Martínez, 2004)</p> <p>En dicho aprendizaje se dota a los alumnos de gran protagonismo. “Cada alumno debe sentirse protagonista de su propio aprendizaje”<sup>45</sup>. Pero también el</p>	<p>El docente debe aplicar estrategias en la clase para que los estudiantes desarrollen competencias y habilidades que les permitan el logro de un aprendizaje autónomo. Por tal razón es necesario que el docente logre implementar tres tipos de estrategias:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estrategias cognitivas o procedimientos intencionales que permiten al estudiante tomar las decisiones oportunas de cara a mejorar su estudio y rendimiento.</li> <li>• Estrategias metacognitivas o de reflexión sobre el</li> </ul>	<p>De Miguel, Mario (Dir.) (2006). <i>Métodos y Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio metodológico en el espacio europeo de educación superior</i>. Ediciones de Universidad de Oviedo. Madrid.</p>

	<p>profesor tiene un papel determinante pues, aunque es considerado como guía del proceso, es el gestor y estructurador de la tarea cooperativa y es el que conduce por buen camino el aprendizaje así establecido. Eso sí, no como poder único sino favoreciendo la autonomía de los alumnos<sup>46</sup></p>	<p>propio proceso de aprendizaje.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estrategias de apoyo referidas al autocontrol del esfuerzo y de la persistencia, o a promover condiciones que faciliten afectivamente el estudio</li> </ul>	
<p>Ítem 3A-27 El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.</p>	<p>“Estos docentes logran explicitar sus prácticas, debido al proceso de interacción y diálogo sistemático que establecen con sus estudiantes. Dicho diálogo les permite visualizar cómo se está dando la construcción del aprendizaje y hacer los ajustes necesarios, reformulando sus prácticas. A través de la exploración de las concepciones docentes, se evidencia la presencia de un diálogo interno permanente durante la clase en pos del aprendizaje de calidad de sus estudiantes”.</p>	<p>Este ítem se hace evidente cuando, el docente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía a los estudiantes en las dificultades que se presentan al desarrollar la actividad.</li> <li>- Aclara dudas y da orientaciones necesarias para seguir con el desarrollo de las actividades planteadas.</li> <li>- Está atento al trabajo de los estudiantes.</li> </ul>	<p>Estudios pedagógicos XXXVIII N 2: 85_ 102, 2012</p> <p>La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. (Región de Valparaíso).</p>



	(González, Weil, 2009, p. 99).		
Subcategoría 3B  Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (Presenta Apoyo pedagógico permanente)	En el ámbito de la educación el término surge a partir de los aportes de Jerome Bruner, quien lo usa para “explicar la función tutorial de soporte o establecimiento de puentes cognitivos que cubre el docente con sus alumnos” (Bruner, _____. Citado por Díaz y Hernández, 1998, p. 273).	Esta subcategoría se debe evidenciar cuando el docente da instrucciones, apoya a los estudiantes para la construcción de los nuevos conocimientos y propicia espacios para la regulación, hasta que puedan seguir solos en esa construcción (el docente presenta apoyo pedagógico permanente).	Delmaestro, (2008). El andamiaje docente en el desarrollo de la lectura y la escritura en lengua extranjera.
Ítem 3B-28 El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	“En cuanto a los conocimientos o contenidos conceptuales, los docentes promueven la construcción de conceptos científicos en el marco de su disciplina, de vocabulario científico asociado a dichos conceptos y, en menor medida, cierto conocimiento acerca de la Naturaleza de la Ciencia, en particular, en relación a cómo se genera investigación científica y,	Este ítem se evidencia cuando el docente: <ul style="list-style-type: none"> <li>- A través de su competencia científica, logra llevar a los estudiantes a la construcción de un nuevo conocimiento.</li> <li>- Indaga la forma en que los estudiantes llegaron a la solución</li> </ul>	Estudios pedagógicos XXXVIII N 2: 85_ 102, 2012  La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. (Región de Valparaíso).

	<p>en algunos casos, a aspectos históricos de su desarrollo”.</p> <p>(González, Weil, 2009, p, 92)</p> <p>“Los docentes valoran un inicio claro y contextualizado de la clase, bajo el entendido de que, si el alumno comprende lo que se va a realizar, habrá más posibilidad de lograr su interés”.</p> <p>(González, Weil, 2009, p, 93)</p>	<p>de la actividad y la convierten en un nuevo conocimiento.</p>	
<p>Ítem 3B-29 El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.</p>	<p>“El preguntar ocupa una gran parte de la conversación de los profesores y es uno de los factores más importantes en la determinación de las oportunidades de los estudiantes para el desarrollo de la comprensión a través de la indagación”. (Harlen, 2013 P. 45).</p> <p>“Formular preguntas de diferentes tipos, desde aquellas que demandan sólo recordar, hasta</p>	<p>Este ítem, se debe evidenciar cuando el docente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Indaga a través de preguntas para determinar saber previos en los estudiantes.</li> <li>- Realiza preguntas con el fin de que los estudiantes puedan aclarar sus inquietudes en el proceso de aprendizaje.</li> <li>- formula preguntas a los estudiantes durante el</li> </ul>	<p>Harlen Wynne, Evaluación y Educación en Ciencias Basada en la Indagación: Aspectos de la Política y la práctica. Publicado por global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP), 2013.P.</p> <p>Estudios pedagógicos XXXVIII N 2: 85_ 102, 2012</p> <p>La indagación científica como</p>

	preguntas desafiantes, que requieren de elaboración y creatividad, así como servir de guía durante el desarrollo de la actividad por parte del alumno.” (González, Weil, 2009,p, 92)	desarrollo de las actividades para aclarar dudas en el proceso de aprendizaje.  -Realiza preguntas con el objetivo que los estudiantes den razones de los procesos realizados en el desarrollo de las actividades.	enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. (Región de Valparaíso)
Ítem 3B-30 El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	“Los docentes <i>destacan positivamente las acciones</i> e ideas de los estudiantes a través de distintas formas: verbal, gestos, etc. El destinatario puede ser individual o grupal, y el fundamento que utilizan para realizarlo se basa en la valoración del trabajo y la valoración de la persona.”(González, Weil, 2009,p, 97)	Este ítem, se debe evidenciar cuando el docente:  -Valora que los estudiantes opinen en clases por sobre la calidad y exactitud de la opinión.  - Estimula la participación de los estudiantes con frases motivadoras (Que bien, felicitaciones, muy bien, siga adelante, entre otras)  -Cuando el error no es penalizado, sino que se utilizan diversas secuencias para su corrección.	Estudios pedagógicos XXXVIII N 2: 85_ 102, 2012  La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM. (Región de Valparaíso)